STUDIEN ÜBER
DAS VERHALTEN VON TASCHENUHREN

INAUGURALDISSERTATION

ZUR ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE
DER PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT
DER UNIVERSITÄT LEIPZIG

VORGELEGT VON

ARTHUR KRAUSE
AUS LEIPZIG

DRUCK VON B. G. TEUBNER IN LEIPZIG 1906

Angenommen von der mathematisch-naturwissenschaftlichen Sektion auf Grund der Gutachten der Herren Bruns und Wiener.

Leipzig, den 10. Oktober 1905.

Der Prokanzellar:

Seeliger.

Abdruck aus den Berichten über die Verhandlungen der Königlich Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Mathematisch-physische Klasse. LVIII. Band. 1906.

MEINEN LIEBEN ELTERN

Einleitung.

§ 1. Dem Verfasser der nachstehenden Arbeit wurde bei seinem Eintritte in die Leipziger Sternwarte von deren Direktor, Herrn Bruns, die Aufgabe gestellt, das Beobachtungsmaterial über Glashütter Taschenuhren, das sich im Laufe von mehr als zwanzig Jahren angesammelt hatte, einer statistischen Diskussion zu unterwerfen. Den Anlaß zu dieser Aufgabe lieferte eine bereits im Jahre 1899 ausgeführte Stichprobe, die zu etlichen, der weiteren Verfolgung wert erscheinenden Ergebnissen geführt hatte. Bei dieser Probe waren, von dem Tage des Beginnes der Rechnung an rückwärts gehend, ohne weitere Unterscheidung die 200 letzten Taschenuhren mit Ankergang herausgegriffen worden, die den für die Prüfung von Taschenuhren aufgestellten Bedingungen genügt hatten. Da die hierbei benutzte Reihe nur den kleineren Teil des gesamten Materials umfaßt, so lag die Frage nahe, ob die damals erhaltenen Resultate durch eine weitergreifende Untersuchung eine Bestätigung oder aber eine Abänderung erfahren würden.

§ 2. Indem betreffs der Geschichte der Leipziger Uhrenprüfungen auf die weiterhin folgenden Angaben verwiesen wird, möge zunächst die jetzt geltende Prüfungsordnung angeführt werden. Sie umfaßt folgende Punkte:

1. Die Prüfung erfolgt auf Gefahr des Einsenders, der außer der Gebühr von fünf Mark für die Beobachtung und die Ausfertigung des Gangregisters das Porto für die Hin- und Hersendung zu tragen hat.

2. Die Uhr muß im Werk an offensichtlicher Stelle außer der Fabriknummer die Angabe ihrer Herkunft — Firma oder Fabrikmarke — tragen.

3. Die Beobachtung dauert rund vier Wochen und umfaßt: eine Woche „Liegen", d. h. Zifferblatt oben, eine Woche „Hängen", d. h. Bügel oben, und zwei getrennte Wochen „Tragen (nachts Liegen)". Die erste Woche ist, wenn angängig, für Tragen, andernfalls für Liegen bestimmt.

4. Da im Tragen nur wenige Uhren gleichzeitig beobachtet werden können, so wird keine Verpflichtung dafür übernommen, daß die Beobachtung alsbald nach der Einsendung beginnt.

5. Der Unterschied zwischen zwei benachbarten täglichen Gängen (die sog. „Variation") soll 4^s nicht überschreiten.

6. Der Unterschied zwischen den Wochenmitteln der zu den einzelnen Lagen gehörigen täglichen Gänge soll 4^s nicht überschreiten.

7. Genügt die Uhr den vorstehend angegebenen Anforderungen, so wird über das Ergebnis der Beobachtung ein Gangregister ausgefertigt und von dem Direktor der Sternwarte oder seinem Stellvertreter unterzeichnet.

8. Ist eine der unter 2., 5. und 6. angeführten Bedingungen nicht erfüllt, so erhält der Einsender statt des Gangregisters nur eine Abschrift der beobachteten Zahlen.

§ 3. Zu den vorstehenden Bestimmungen, die den Einsender der Uhr angehen, treten nun noch die Vorschriften, nach denen sich der Beobachter bei der Behandlung der Uhren zu richten hat. Gewöhnlich kommen die Uhren aus Glashütte am Vormittag an. Sie werden sofort aufgezogen, gestellt und sogleich in die Lage der ersten Woche gebracht, also entweder im Uhrenschrank niedergelegt oder zum Tragen in die Westentasche gesteckt. Als Beobachter fungiert schon seit mehr als 30 Jahren der Assistent der Sternwarte, Herr H. LEPPIG. Der Beginn der Beobachtungsreihe ist frühestens auf den Tag nach der Ankunft festgesetzt. Das Aufziehen der Uhren erfolgt täglich zwischen 8^h und $8^h\,30^m$ vormittags. In der Lage Tragen erfolgt der Wechsel vormittags beim Aufziehen und abends um 8^h. Die Uhr liegt also nachts nahezu 12 Stunden und wird tagsüber ziemlich genau 12 Stunden lang getragen. Die chronographischen Uhrvergleichungen finden nachmittags zwischen $1^h\,30^m$ und 2^h im Anschluß an die Vergleichungen der Uhren der Sternwarte statt. Sofort nach der Vergleichung werden auch die etwa nötigen Lagenwechsel zwischen Liegen, Hängen und Tragen vorgenommen. Die angegebene Tageszeit für die Uhrvergleichungen war deshalb gewählt worden, weil

der Beobachter um diese Zeit wegen des meteorologischen 2^h-Termins ohnehin in der Sternwarte zu tun hat.

Bei der Vergleichung wurde früher für die einzelne Taschenuhr nur ein einziges chronographisches Signal gegeben, und zwar bei einer der Sekunden 5, 15, 25, 35, 45, 55, weil diese Sekunden durch einen längeren feinen Strich markiert sind. Seit dem 1. April 1905 werden jedoch sechs Signale gegeben, nämlich je eines für jede der genannten Fünfersekunden, da die Exzentrizität der Sekundenteilung nicht immer unmerklich ist und durch die Mittelung der sechs Signale eliminiert wird.

§ 4. Zur Reduktion der täglichen Vergleichungen werden jetzt als „Zeithalter" alle Pendeluhren der Sternwarte herangezogen, die einen hinreichend gleichförmigen Gang besitzen. Es sind dies in der Regel die Uhren Fraunhofer, Tiede 336, Dencker XII und ein von Herrn Dr. Hayn konstruiertes Pendel mit elektrischem Antrieb. Die beiden letztgenannten Uhren besitzen eine durch das Pendel betätigte Kontakteinrichtung, die jedoch nur während der Vergleichung mit dem Uhrpendel in Verbindung gebracht wird. Die Ablesungen des Chronographen erfahren sofort eine vorläufige Bearbeitung, indem man für eine der genannten Uhren aus den vorhergegangenen Zeitbestimmungen eine „vorläufige" Uhrkorrektion extrapoliert und daraus die entsprechenden Korrektionen für alle übrigen Uhren ableitet. Sobald dann eine neue Zeitbestimmung vorliegt, werden die „endgültigen" Korrektionen auf folgende Weise berechnet.

Die als Zeithalter dienenden Uhren werden unmittelbar vor und nach jeder Zeitbestimmung miteinander verglichen, so daß man für jede Uhr — unabhängig von den laufenden täglichen Vergleichungen — eine „beobachtete" Korrektion für die Epoche der Zeitbestimmung erhält. Daraus werden durch geradlinige Interpolation zwischen den benachbarten Zeitbestimmungen die „beobachteten" Korrektionen für die Termine der täglichen Vergleichungen abgeleitet. Sodann wird für die Zeithalter das Mittel aus den Differenzen „beobachtet minus vorläufig" gebildet und als endgültige Verbesserung an die vorläufigen Werte des Termins angebracht.

Das beschriebene Verfahren verursacht wegen der Einschaltung der vorläufigen Korrektionen einen etwas größeren Ziffernverbrauch, als wenn man jedesmal bis zu einer Zeitbestimmung wartet und dann sogleich die endgültigen Zahlen

ableitet. Dafür besitzt es jedoch den Vorteil großer Übersichtlichkeit und gewährt überdies dem Rechner volle Freiheit, sich bei der Auswahl der zu benutzenden Zeithalter den Umständen anzupassen. Den wesentlichen Anlaß zur Einführung des Verfahrens lieferte allerdings ein andrer Umstand, nämlich der Wunsch, das für eine Taschenuhr auszustellende Gangregister möglichst rasch nach der letzten dafür nötigen Zeitbestimmung fertig zu stellen.

§ 5. Über die Einrichtung der Gangregister gibt die nachstehende Tabelle Auskunft, die den Anfang eines tatsächlich ausgestellten Registers wiedergibt. Der Kopf der Tabelle enthält

Gangregister

für die Taschenuhr No. 47 845 von A. Lange & Söhne in Glashütte.

Datum	Zeit der Vergleichung	Uhr-Korrektion	Täglicher Gang	Gang-Änderung	Lage
1904 Dez. 24.	$1^h\ 52^m$	$-0^m\ 4^s.7$			
			$+2^s.5$		
25.	1 43	−0 2.2		$-0^s.1$	
			+2.4		
26.	1 49	+0 0.2		−0.2	
			+2.2		
27.	1 48	+0 2.4		−0.1	T
			+2.1		
28.	1 50	+0 4.5		0.0	
			+2.1		
29.	1 49	+0 6.6		−0.1	
			+2.0		
30.	1 50	+0 8.6		(−0.6)	
			(+1.4)		
31.	1 55	+0 10.0		(+2.3)	
			+3.7		
1905 Jan. 1.	1 48	+0 13.7		+0.2	
			+3.9		
2.	1 53	+0 17.6		+0.2	L
			+4.1		
		usw.			

die Bezeichnung der beobachteten Uhr. Daran schließt sich in sieben Spalten das eigentliche Register. Die beiden ersten Spalten beziehen sich auf die Zeit der Vergleichung: die erste Spalte enthält das Datum, die zweite Stunde und Minute der Vergleichung. In der dritten Spalte stehen die beobachteten Uhrkorrektionen,

in der vierten Spalte die täglichen Gänge und in der fünften die Gangänderungen oder „Variationen". Die sechste und die siebente (hier fortgelassene) Spalte enthalten die Angaben über die Lagen der Uhren in den verschiedenen Wochen und die dabei beobachteten Extreme der Temperatur. Die drei Wechsel in den Lagen der Uhr werden durch wagerechte Striche gekennzeichnet, welche unmittelbar hinter der dem Lagenwechsel vorangehenden Uhrvergleichung gezogen werden. Durch jeden Lagenwechsel werden ein Gang und zwei Variationen beeinflußt. Diese werden mit roter Tinte in das Gangregister eingetragen (in der Tabelle sind sie eingeklammert). Auf Wunsch wird dem Gangregister noch eine kurze Zusammenstellung angefügt, die folgende Angaben enthält: Mittel aus den täglichen Gängen für jede Lage, Mittel aus den absoluten Werten der Variationen für jede Lage, größte überhaupt vorgekommene Variation, größten Unterschied zwischen den Gangmitteln der vier Lagen.

Geschichtliches.

§ 6. Die eingangs mitgeteilte Prüfungsordnung ist in ihrem allgemeinen Teile seit dem Jahre 1893 in Kraft getreten, während vorher öfters Abweichungen zugelassen wurden. Ferner ist die besondere Festsetzung des Betrages von 4^s für die größten zulässigen Abweichungen erst im April 1904 erfolgt. Da nun die Beobachtungen vor 1893 in dieser Abhandlung ebenfalls mit herangezogen worden sind, so mögen zunächst einige geschichtliche Bemerkungen über die Entwicklung der Uhrvergleichungen und der Gangregister auf der Leipziger Sternwarte eingeschaltet werden, und zwar nach den handschriftlichen Aufzeichnungen, die mir für diese Zwecke von Herrn Prof. Bruns zur Verfügung gestellt worden sind, ebenso wie schon oben die Regulative und Aufzeichnungen für die Ausführung der täglichen Uhrvergleichungen und die Ausfertigung der Gangregister.

§ 7. Die ersten Einsendungen von Glashütter Uhren reichen rund 30 Jahre zurück. Ursprünglich jedoch beschränkte sich die Sache darauf, daß ab und zu eine sorgfältiger regulierte Taschenuhr zur Beobachtung eingeliefert wurde und zwar, soweit die vorhandenen Notizen erkennen lassen, nur von einer einzigen Firma, nämlich A. Lange & Söhne in Glashütte. Irgend eine bestimmte Vorschrift für die Behandlung der Uhren bestand nicht, vielmehr

erfolgte die Beobachtung nach den Wünschen des Einsenders, und das Ganze hatte, im Grunde genommen, den Charakter einer dem Fabrikanten privatim erwiesenen Gefälligkeit. Dieser Zustand blieb, als Prof. BRUNS im Jahre 1882 die Leitung der Leipziger Sternwarte übernahm, zunächst noch bestehen. Im nächsten Jahre wurden jedoch nach vorheriger Verständigung mit der genannten Firma folgende Festsetzungen getroffen:

1. Die Beobachtung der Uhr erfolgt gegen eine feste Gebühr durch den dazu bestimmten Assistenten im dienstlichen Auftrage.

2. Das Ergebnis der Beobachtung, das früher gewöhnlich auf der Rückseite einer Geschäftskarte der Firma niedergeschrieben wurde, wird in ein besonderes Formular eingetragen.

3. Die normale Beobachtungsdauer soll vier Wochen oder genauer 28 Uhrkorrektionen umfassen, mit je sieben Korrektionen für die vier aus der Reihe Liegen, Tragen und Hängen gewählten Lagen.

Die soeben genannte Vorschrift ist in dem ersten Jahrzehnt nicht immer streng eingehalten worden, indem auf Wunsch des Einsenders der Uhr öfter eine Abkürzung der vierwöchentlichen Frist bewilligt wurde, wenn es sich um fest verkaufte Stücke handelte, und wenn die bereits vorliegenden Beobachtungswochen ein befriedigendes Verhalten zeigten. Dagegen wurde seit dem Frühjahr 1893 die Vorschrift, eine Woche Liegen, eine Woche Hängen und zwei getrennte Wochen Tragen, zur festen Regel gemacht.

Die Anordnung des 1883 aufgestellten Formulars, das seitdem mit unwesentlichen Änderungen äußerlicher Art in Gebrauch geblieben ist, vermied absichtlich alles, was als eine Beglaubigung der Güte der beobachteten Uhr hätte ausgelegt werden können. Aus diesem Grunde wurde die in dem Formular eingetragene Zusammenstellung auch nicht als Prüfungszeugnis, sondern als „Gangregister" bezeichnet. Das Gangregister sollte weiter nichts sein, als eine Bekundung über das tatsächliche Verhalten der Uhr während der Beobachtungszeit. Dem Kundigen geben die angesetzten Zahlen, die neben den Uhrkorrektionen sämtliche Gänge und Variationen enthalten, also auch die Werte für die anderwärts gewöhnlich ausgelassenen Tage eines Lagenwechsels umfassen, sofort ein deutliches Bild von dem Verhalten der Uhr, und darüber hinauszugehen, lag vor der Hand kein Bedürfnis vor, zumal da die Festsetzung einer annehmbaren ziffernmäßigen Zensur

stets und unvermeidlich mit Willkür verbunden und eine keineswegs einfache Aufgabe ist. Notwendig dagegen war die Festsetzung einer Toleranz, deren Überschreitung die Verweigerung des Gangregisters nach sich zu ziehen hatte. Denn solche von dem Leiter eines Staatsinstituts ausgestellten Bekundungen besitzen bei einem großen Teile des Publikums den Charakter einer Empfehlung selbst dann, wenn der Inhalt der Bekundung tatsächlich ungünstig lautet.

§ 8. Bei der Festsetzung von Toleranzen waren selbstverständlich die von der Technik bereits erreichten Leistungen als Ausgangspunkt zu nehmen. Es hätte keinen Sinn gehabt, aufs Geratewohl eine Art Ideal aufzustellen und dieses als Maßstab für die Ausstellung oder Verweigerung des Gangregisters zu benutzen. Denn übermäßig kleine Toleranzen wirken auf den Regleur notwendig abschreckend, weil sie die Prüfung zu einer Art Lotterie machen, wogegen andrerseits übermäßig große Toleranzen den Impuls zur Erhöhung der Leistungen, der in den Prüfungen liegen soll, notwendig schwächen. Als nun zur Entscheidung der vorliegenden Frage das bis 1883 angesammelte Material einer Durchsicht unterworfen wurde, ließen sich folgende Ergebnisse feststellen: Die Änderungen des täglichen Ganges innerhalb einer Periode mit konstanter Lage, also unter Ausschluß der Tage mit einem Lagenwechsel, verliefen im allgemeinen unregelmäßig und hielten sich vorwiegend in mäßigen Grenzen. Merklicher erschienen die systematischen Unterschiede zwischen den Wochenmitteln aus den Gängen der verschiedenen Lagen; weitaus am auffälligsten aber waren die Gangsprünge an den Stellen mit einem Lagenwechsel. Es konnte nicht zweifelhaft sein, daß der Regleur vor allem dahin streben mußte, diese starken Sprünge fortzuschaffen und dadurch die Uhr gegen die Behandlung, der sie im Ernstgebrauch der Regel nach unterworfen ist, unempfindlicher zu machen.

Weiter ergab die Untersuchung, daß bei etwa 90 Prozent der vorhandenen Gangtabellen die größte Variation den Betrag von 8^s nicht überschritt. Da es nun nicht unbillig erschien, bei 100 vorgelegten Uhren das, was 90 unter ihnen leisteten, auch von den übrigen 10 zu fordern, so wurde als Toleranz für die Variationen der Betrag von 8^s festgesetzt, d. h. die Ausfertigung des Gangregisters wurde an die Bedingung gebunden, daß die größte Variation nicht über 8^s hinausgehen dürfe. Diese

Bedingung war keineswegs so milde, wie es auf den ersten Blick scheinen könnte. Denn der Regleur mußte sich, wenn er die 8^s sicher einhalten wollte, immerhin sehr zusammennehmen. Das hat mancher Uhrmacher erfahren, wenn er die Leipziger Sternwarte zum ersten Male in Anspruch nahm. Auf der andern Seite erwies sich die gestellte Bedingung praktisch als recht brauchbar, denn es ist nur ganz vereinzelt der Fall vorgekommen, daß eine Uhr, deren tägliche Gänge während der Beobachtungszeit starke Sprünge aufwiesen, mit ihren Variationen unterhalb der vorgeschriebenen Grenze blieb.

Von der Festsetzung der Toleranz für den Lagenunterschied der mittleren Gänge wurde zunächst abgesehen. Da nämlich nicht bloß bis 1883, sondern auch in den Jahren nachher die größte Variation sehr regelmäßig an dem Orte eines Lagenwechsels auftrat, so war ihr Entstehen zu einem wesentlichen Teile dem Lagenunterschied der einschließenden mittleren Gänge zuzuschreiben. Das Herunterdrücken der größten Variation mußte also ganz von selbst auf eine Verminderung der Lagenunterschiede hinwirken. Erst später haben sich diese Verhältnisse verschoben. Der ausgesprochene stetige Fortschritt, den das Verhalten der Gangregister im Laufe der Jahre aufwies, führte dazu, daß die Toleranz für die Variationen erst auf 6^s und dann seit dem 1. April 1904 auf 4^s festgesetzt wurde. Ferner mehrten sich die Fälle, in denen die stärkste Variation nicht mehr mit dem Orte eines Lagenwechsels zusammenfiel. Damit war der Regleur der gewünschten Unempfindlichkeit der Uhr jedenfalls recht nahe gekommen und es erschien angezeigt, nunmehr auch für die mittleren Gänge eine Toleranz festzusetzen. Eine statistische Zusammenstellung von ähnlicher Art wie die, welche 1883 für die Variationen vorgenommen worden war, führte dazu, daß im April 1904 für den Lagenunterschied zwischen den mittleren Gängen die Toleranz von 4^s vorgeschrieben wurde.

§ 9. Vergleicht man die vorstehenden Bestimmungen mit den Reglements, die anderwärts für die Prüfung von Taschenuhren gelten, so ist der auffälligste Zug das Fehlen einer Untersuchung der Temperatur-Kompensation. Der Grund dafür ist sehr einfach: es war in der Leipziger Sternwarte unter den Räumen, die zur Aufstellung eines mit Gas oder Petroleum geheizten Thermostaten hätten benutzt werden können, keiner, der zugleich auch die erforderliche Sicherheit gegen Einbruch bot. Als Ersatz

für die Prüfung der Kompensation sollte die Beobachtung im Tragen dienen, wobei zu berücksichtigen war, daß die Temperatur in der Westentasche gewöhnlich 30^0 oder etwas mehr beträgt, und daß beim Tragen von zwölf zu zwölf Stunden ein Wechsel zwischen „Bügel oben" bei hoher Temperatur und „Zifferblatt oben" bei mittlerer Temperatur stattfindet. Die Beobachtung im Tragen mußte also vorläufig als eine recht harte Probe angesehen werden. Später, als Leipzig eine elektrische Zentrale erhielt und die Sternwarte an das Stromnetz der Zentrale angeschlossen wurde, kam das erwähnte Hindernis für die Aufstellung eines Thermostaten in Wegfall. Trotzdem wurde an dem einmal eingeführten Beobachtungsmodus festgehalten, da es geraten erschien, eine Änderung erst dann vorzunehmen, wenn man durch die Diskussion eines hinreichend großen Beobachtungsmaterials klare Fingerzeige für die zweckmäßigste Form der vorzunehmenden Änderung erlangt hatte. Wie schon die eingangs erwähnte Stichprobe von 1899 erkennen ließ, ist es in der Tat sehr nützlich gewesen, daß die Beobachtung im Tragen, die anderwärts aus naheliegenden Gründen in den Reglements vollständig fehlt, die aber nach dem Ausspruch eines berufenen Beurteilers „la véritable pierre de touche pour les montres de poche" ist, wenigstens an einer Stelle während einer Reihe von Jahren konsequent durchgeführt worden ist.

Neben der Ursache, die eine einfache Anpassung an die anderwärts geltenden Vorschriften, die ja für die Glashütter Fabrikanten in mancher Hinsicht erwünscht gewesen wäre, vorläufig ausschloß, ist noch ein Umstand zu erwähnen, der während des ersten Jahrzehnts von einer ins einzelne gehenden Reglementierung der Uhrenprüfungen abhielt. Die Leipziger Sternwarte ist Universitäts-Institut; darum liegen Einrichtungen für wesentlich praktische Zwecke außerhalb ihrer eigentlichen Aufgabe, und es ist die Uhrenprüfung stets als ein „onus honestum" empfunden worden. Zudem bestand schon seit längerer Zeit eine Staatsanstalt für die Prüfung von Zeitmessern, nämlich die Chronometerabteilung der K. Seewarte zu Hamburg, und wenn auch der dortige Prüfungsdienst zuerst auf Schiffschronometer beschränkt war, so bot es doch keinerlei Schwierigkeit, diesen Dienst im Falle des Bedürfnisses auf Taschenuhren auszudehnen, wie das ja auch in Wirklichkeit durch das Regulativ der Seewarte vom 15. April 1887 geschehen ist. Verlangte man aber

eine möglichst enge Fühlung zwischen der Prüfungsstelle und der sächsischen Uhrenindustrie, dann war Glashütte selber oder doch wenigstens das nahe gelegene Dresden der gegebene Ort, aber nicht Leipzig. Diese Gründe, sowie der Umstand, daß sich die weitere Entwicklung der Sache anfangs gar nicht übersehen ließ, waren die Ursache, daß im ersten Jahrzehnt die ganze Angelegenheit etwas formlos behandelt wurde. Der eigentliche Zweck, nämlich die Ausschließung minderwertiger Stücke, ließ sich auch auf diesem Wege bei einiger Aufmerksamkeit sehr wohl wahren.

§ 10. Im Jahre 1893 bot sich eine günstige Gelegenheit, um die Prüfungen von Leipzig nach Dresden an den Kgl. Mathematischen Salon zu verlegen. Ein Antrag, der damals von Prof. Bruns an das zuständige Ministerium gerichtet wurde, fand günstige Aufnahme. Dagegen wollten die Glashütter, als sie um ihre Ansicht befragt wurden, nichts von der Sache wissen. Die dafür angeführten Gründe sind, soweit sie zur Kenntnis von Prof. Bruns gekommen sind, diesem stets unverständlich geblieben. Da mit der Ablehnung dieses Vorschlages zugleich der bestimmte Antrag verbunden wurde, daß die Prüfungen, wie bisher, in Leipzig erfolgen sollten, und da ferner dieser Antrag in amtlicher Form von dem zuständigen Ministerium an die Leipziger Sternwarte weiter ging, so erlangten dadurch die Uhrenprüfungen, die bis dahin mehr eine interne Angelegenheit der Sternwarte gewesen waren, den Charakter einer von der höheren Instanz gebilligten Einrichtung. Das lieferte den Anlaß, den Prüfungen, wie dies bereits oben erwähnt worden ist, eine festere Form zu geben.

Sichtung des Materials.

§ 11. Das Material der Untersuchung besteht aus den im Archiv der Leipziger Sternwarte aufbewahrten Konzepten der Gangregister, die in Reinschrift an die Einsender der Uhren abgegeben worden sind. Der nachstehenden Bearbeitung liegen die Register zugrunde, die aus dem Zeitraum von 1883 bis zum 1. März 1905 stammen. Von diesen Registern, deren Anzahl 1248 beträgt, mußte jedoch ein gewisser Bruchteil ausgeschieden werden, da es sich bei der vorliegenden Aufgabe darum handelt, mit Reihen zu arbeiten, die erstens genügend umfangreich und zweitens in sich genügend gleichartig sind.

Der Herkunft nach verteilen sich die Uhren, für die aus der angegebenen Zeitstrecke Konzepte vorhanden sind, wie folgt:

998 von A. Lange & Söhne in Glashütte,
113 von J. Assmann in Glashütte,
50 von Dürrstein und Union in Glashütte,
87 von anderen Fabriken, von einzelnen Uhrmachern und von Privatpersonen.

Diese Zahlen lassen erkennen, daß die Untersuchung auf die Langeschen Uhren zu beschränken war, wenn das Ergebnis nicht zu sehr von Zufälligkeiten abhängen sollte; im besonderen war die Verwertung der Assmannschen Gangregister, die ja durch eine Vergleichung mit den Langeschen Uhren von Interesse werden konnte, auf einen späteren Zeitpunkt mit einer größeren Anzahl von Gangregistern zu verschieben.

Von den 998 Langeschen Registern wurden zunächst 58 ausgeschieden, weil sie zu Werken gehören, deren Konstruktion irgend eine Abweichung von dem normalen Ankergang zeigt, wie z. B. Chronometerhemmung, Tourbillon, Repetition, Chronographeneinrichtung und dergleichen. Des weiteren enthielt das erste Jahrzehnt eine ziemlich große Anzahl von Fällen, bei denen die Verteilung der Beobachtungen in irgend einer Weise gegen die Vorschrift verstieß, daß das Register vier Gruppen von je sieben Uhrkorrektionen derselben Lage enthalten solle. Die Anzahl dieser Fälle war 222. Endlich wurden noch 7 Register beiseite gelegt, die zu Uhren mit mehr als vierwöchiger Beobachtungsdauer gehörten und die Fortsetzung der ersten vier Beobachtungswochen enthielten.

Der übrigbleibende Bestand von 711 Registern war zunächst nur äußerlich homogen, aber nicht innerlich; denn die Tatsache, daß im Laufe der zwanzig Beobachtungsjahre die Toleranz für die größte Variation schrittweise von 8^s auf 4^s herabgesetzt werden konnte, beweist deutlich, daß die Güte der Arbeit einen ausgesprochenen Fortschritt durchgemacht hat. Außerdem befinden sich unter den 711 Registern auch die Konzepte zu solchen Uhren, die wegen ungenügenden Verhaltens kein Gangregister erhalten hatten. Um nun in dieser Hinsicht eine genügende Gleichartigkeit herzustellen, ohne das Material vor 1893 zu stark beschneiden zu müssen, wurde für die Zulassung eines Gangregisters festgesetzt, daß die größte Abweichung zwischen den

Wochenmitteln der täglichen Gänge die Toleranz von 4^s, die größte Variation hingegen die Toleranz von 5^s einzuhalten habe. Dadurch schieden noch 118 Register aus, so daß der Bestand 593 übrig blieb. Unter den ausgeschiedenen Stücken sind übrigens fünf Uhren enthalten, deren Ausschluß schon deswegen erfolgte, weil ihre Reglage nicht in Glashütte stattgefunden hatte, ferner eine Uhr, gegen deren Herkunft sich trotz der Angabe auf dem Register nachträglich Zweifel erhoben.

§ 12. Die zur Benutzung ausgewählten Register wurden zunächst chronologisch geordnet, und zwar nach dem Datum der ersten Uhrkorrektion der ersten Uhrlage. Waren mehrere Uhren mit demselben Anfangstag vorhanden, so wurden diese innerhalb des Tages nach der Fabriknummer geordnet. Sodann wurde eine ziemlich weitgehende Spaltung nach den verschiedenen Lagenfolgen vorgenommen, mit dem Vorbehalte, die Ergebnisse später nach Bedarf wieder zusammenzuziehen.

Zur Unterscheidung der vier Lagen „Erstes Tragen", „Zweites Tragen", „Liegen" und „Hängen" sollen die Buchstaben *E*, *Z*, *L* und *H* dienen. Außerdem soll, wenn zwischen *E* und *Z* nicht besonders zu unterscheiden ist, dafür gemeinsam der Buchstabe *T* gebraucht werden.

Bei dem jetzt giltigen Beobachtungsmodus kommen nur die Folgen *ELZH* und *LEHZ* vor, während früher auch andere Folgen, so namentlich die Kombination *ELHZ*, auftreten. Die nachstehende Tabelle läßt die Kombinationen erkennen, die tatsächlich vorgekommen sind, und die nun dazu dienten, das gegebene Material nach den einzelnen Lagenfolgen in vierzehn Gruppen zu spalten, wobei innerhalb jeder Gruppe die Ordnung nach Anfangstag und Fabriknummer erhalten blieb.

LEHZ	297	Register	*HELZ*	5	Register
ELZH	139	„	*ELHL*	4	„
ELHZ	98	„	*LELH*	1	„
LEHL	18	„	*LHLE*	1	„
EHLZ	11	„	*LHLH*	1	„
EHZL	8	„	*HLEH*	1	„
LHEL	8	„	*HLEL*	1	„

Die Tabelle I (am Schlusse der Abhandlung) enthält eine Zusammenstellung, wie oft die einzelnen Lagenfolgen in jedem Beobachtungsjahre vorgekommen sind. Die letzte Zeile enthält

die Gesamtmenge der Gangregister für die im Spaltenkopfe genannte Lagenfolge. Die Spalte Σ gibt die Registermenge für das einzelne Jahr an, während die Spalte $\Sigma\Sigma$ die Zahlen enthält, die durch Aufsummieren der Σ-Werte entstehen. Endlich bezeichnet die Linie zwischen den Jahren 1897 und 1898 den nach längerem Überlegen in die Epoche 1898.0 gelegten Schnitt, durch den das Material zeitlich in zwei Perioden A und B zerlegt worden ist, weil man im voraus mit dem Umstande zu rechnen hatte, daß trotz der für die ganze Reihe gleichmäßig vorgeschriebenen Toleranzen die älteren und die neueren Register ein ungleiches Verhalten zeigen könnten, und daß dieser Unterschied durch ein Zusammenwerfen der Beobachtungen verwischt werden mußte. Der Schnitt ist nach einigem Probieren so gelegt worden, daß die wichtigeren Fälle sich nicht zu ungleichmäßig auf die beiden Perioden A und B verteilen. Nachdem der Schnitt festgelegt war, wurden die Lagenfolgen in der aus der Tabelle ersichtlichen Weise mit laufenden Nummern versehen, wobei den Gruppen der Periode A die ungeraden, der Periode B die geraden Nummern zugefallen sind. Die zu den geraden Nummern 8 und 14 bis 28 gehörigen Gruppen sind, wie man aus der Tabelle entnimmt, leer geblieben, weil die betreffenden Lagenfolgen in der Periode B fehlen.

Vorbereitung der Rechnung.

§ 13. Wegen der Beschaffenheit des Beobachtungsmaterials mußte man darauf verzichten, die einzelne Taschenuhr in ähnlicher Weise, wie es etwa bei Pendeluhren geschieht, zum Gegenstande der Untersuchung zu machen. Man mußte sich vielmehr darauf beschränken, die Gangregister einer Gruppe oder auch einer Gruppenkombination auf ihr durchschnittliches Verhalten zu untersuchen. Dies kommt — anders ausgedrückt — darauf hinaus, daß man die zu einer Gruppe vereinigten Register als die Glieder einer Kollektivreihe auffaßt, deren Argument durch einen in bestimmter Weise aus jedem Register abgeleiteten Zahlenwert gegeben ist. Da für die Behandlung solcher Kollektivreihen vor einiger Zeit das Lehrbuch von H. Bruns, „Wahrscheinlichkeitsrechnung und Kollektivmaßlehre“, erschienen ist, so genügt es hier, wenn ich bezüglich der Methode und der Namengebung, sowie bezüglich der Bedeutung der Zeichen $\mathfrak{D}(x)$, $\mathrm{str}(x)$ usw. auf das genannte Werk verweise.

Das einzelne Gangregister enthält 27 tägliche Gänge, aus denen sich zunächst vier Gruppen von je sechs Gängen herausgreifen lassen, die bei konstanter Lage beobachtet worden sind und deshalb als „reine Gänge“ bezeichnet werden sollen. Ferner liegen zwischen diesen Gruppen drei „Zwischengänge“, die zu den Tagen mit Lagenwechseln gehören. Des weiteren liefern die reinen Gänge vier Gruppen von je fünf „reinen Variationen“, zwischen denen drei Paare von „Zwischenvariationen“ enthalten sind.

Bei einer idealen Uhr besitzen die Variationen den Wert Null, während die Gänge gleich irgend einer Konstanten sein können. Da man ferner bei einer physischen Uhr aus den beobachteten Variationen die Gangwerte bis auf eine für unseren Zweck gleichgültige additive Konstante herleiten kann, so bilden offenbar die Variationen die eigentliche Grundlage der Untersuchung und sollen darum im folgenden zuerst behandelt werden. Um sie übersichtlich zu bezeichnen, werde ich den Buchstaben V in Verbindung mit dem Lagenzeichen verwenden. So bedeutet z. B. VH eine reine Variation, die im Hängen beobachtet worden ist. Ebenso bezeichnet VHZ eine der beiden Zwischenvariationen, die bei dem Übergange vom Hängen zum zweiten Tragen aufgetreten ist. Außerdem soll, wenn es nötig ist, die laufende Nummer der Variation innerhalb des Gangregisters angefügt werden. Danach bedeutet $VH\,15$ die erste reine Variation in der dritten Woche für die Lage Hängen, ferner $VHZ\,21$ die zweite Zwischenvariation am Schlusse der dritten Woche beim Übergange vom Hängen zum zweiten Tragen.

§ 14. Um die Bildungsweise der Kollektivreihen deutlich zu machen, denken wir uns für den Augenblick die Register der Gruppe $LEHZ$ zusammengefaßt und aus diesen die Reihe der ersten Variationen $VL\,1$ ausgeschrieben. Dadurch entsteht eine Urliste und, nach gehöriger Umordnung, eine Kollektivreihe mit dem Argument $x = VL\,1$. Greift man ferner aus den Registern die beiden ersten Variationen $VL\,1$ und $VL\,2$ heraus, so entsteht eine Kollektivreihe, die von zwei Argumenten, nämlich

$$x = VL\,1 \quad \text{und} \quad y = VL\,2$$

abhängt, und man könnte die hierzu gehörige zweifach ausgedehnte Verteilung dazu benutzen, um die Frage nach einer zwischen x und y bestehenden Abhängigkeit zu beantworten. Ich

habe indessen von der Bildung solcher zweifach ausgedehnten Verteilungen Abstand genommen, weil sie bei dem vorliegenden Beobachtungsmaterial einen zu geringen Umfang besitzen würden. Statt dessen habe ich das für den Fall der Unabhängigkeit geltende Kriterium

$$\mathrm{str}\,(x \pm y)^2 = \mathrm{str}\,(x)^2 + \mathrm{str}\,(y)^2$$

herangezogen und zu dem Ende neben den Verteilungen von x und y für die in Betracht kommenden Fälle auch noch die Verteilungen von $x + y$ und $x - y$ ausgezählt.

Außer den eigentlichen Variationen habe ich noch für jede Lage die Summe der fünf dazu gehörigen reinen Variationen ausgezogen. Diese Summe ist offenbar gleich dem Unterschiede zwischen dem ersten und dem letzten reinen Gange, der zu der betrachteten Lage gehört. Die Variationssummen sind weiterhin mit VS bezeichnet, unter Hinzufügung des Lagenbuchstabens und der Wochennummer, so daß z. B. $VSE2$ die Variationssumme bedeutet, die in der zweiten Woche und für das erste Tragen beobachtet worden ist.

Von den Gängen, die durch den Buchstaben G bezeichnet werden sollen, habe ich außer den Zwischengängen nur die Mittel aus den reinen Gängen jeder Lage, aber nicht die einzelnen reinen Gänge herangezogen. Hierbei wurde, um Brüche zu vermeiden, statt des Mittels jedesmal die Summe der sechs zu einer Lage gehörigen Gänge, und entsprechend bei jedem Zwischengange der sechsfache Betrag des in dem Gangregister stehenden Wertes angesetzt. Danach bedeuten z. B. GL und GE die sechstägigen Gänge für die Lagen L und E, ferner GLE den sechsfachen Zwischengang bei dem Wechsel von L nach E.

Da die Gänge eine Konstante enthalten, die für die einzelne Uhr als willkürlich anzusehen ist, so kamen für die Bildung der Kollektivreihen nur die Gangdifferenzen in Betracht. Außer diesen „ersten“ Gangdifferenzen habe ich ferner für je zwei benachbarte Lagen als „zweite“ Gangdifferenzen noch die nach dem Schema $(GL - GLE) - (GLE - GE) = GL - 2\,GLE + GE$ usw. gebildeten Größen aufgestellt.

Als Maßeinheit wurde, um das Dezimalkomma entbehrlich zu machen, bei der Zwischenrechnung durchweg die Zehntelsekunde benutzt. Daraus erwuchs die Annehmlichkeit, daß man es in der Hauptsache immer mit ganzen Zahlen zu tun hatte.

§ 15. Bei der Durchführung der Arbeit habe ich ausschließlich das Zählkartenverfahren angewandt und dabei nach Möglichkeit Blätter mit autographiertem Vordruck benutzt. Die zur sicheren Unterscheidung der Karten dienenden Signaturen wurden, soweit sie nicht bereits durch den Vordruck gegeben waren, teils mit einem Numerierstempel, teils mit kleinen, aus käuflichen Kautschukbuchstaben zusammengesetzten Stempeln eingetragen. Außerdem mögen noch folgende Einzelheiten Erwähnung finden.

Zu jedem Gangregister wurde ein Blatt von Foliogröße angelegt, das die nötige Anzahl von Feldern enthielt. Jedes Feld besaß eine allen Blättern gemeinsame vorgedruckte Signatur, die aus zwei in geeigneter Weise ausgewählten Buchstaben des kleinen Alphabets zusammengesetzt war. In die einzelnen Felder wurden dann an den dafür vorgesehenen Stellen eingetragen: 1) die Variationen V, 2) die Summen und die Differenzen von je zwei benachbarten V, 3) die vier Summen VS, 4) die sechs Differenzen der VS, 5) die Größen G, 6) die Differenzen der G, 7) die zweiten Gangdifferenzen. Die fertig gerechneten und revidierten Folioblätter wurden sodann in je vier Zählkarten von handlicher Größe zerschnitten.

Nach dem Gesagten lieferte jede der früher unter Berücksichtigung der Lagenfolge abgeteilten Gruppen je 110 Kollektivreihen, so daß im ganzen 2010 solcher Reihen zu bearbeiten waren, wobei allerdings die meisten nur einen recht geringen Umfang besaßen. Der Sicherheit halber erhielten hierbei die einzelnen Reihen außer den bereits angeführten Bezeichnungen noch eine innerhalb jeder Gruppe laufende Nummer, die mit der laufenden Nummer des zugehörigen Feldes auf den ursprünglichen Folioblättern übereinstimmte. Diese zwei- und mehrfache Bezeichnung der einzelnen Bestandteile des ganzen Materials hat sich im Verlaufe der Arbeit als recht nützlich erwiesen.

Die Verteilungszahlen, die sich für jede Kollektivreihe durch Auszählen der Karten ergaben, wurden in vorgedruckte Blätter eingetragen, die außer den Quadraten der Zahlen von 1 bis 100 auch noch das Schema für die Berechnung der beiden niedrigsten numerischen Elemente, nämlich $\mathfrak{D}(x)$ und $\mathrm{str}(x)$ enthielten. Die Verteilungskurven der vorliegenden Kollektivreihen zeigen nämlich, wie sich nach der früher vorgenommenen Stichprobe erwarten ließ, bei genügend großem Umfange die bekannte Glockenform

ohne ausgesprochene Asymmetrie. Infolgedessen erschien es als ausreichend, nur die beiden niedrigsten Elemente zu berücksichtigen.

§ 16. Die Rechnung wurde, wie schon hier bemerkt werden mag, nach dem Verfahren der direkten Mittelbildung ausgeführt, jedoch mit einer kleinen, dem vorliegenden Material angepaßten Änderung. Ist m der Umfang der vorgelegten Kollektivreihe, x das Argument, $V(x)$ die zu x gehörige Häufigkeit oder Verteilungszahl, so wird

$$m\,\mathfrak{D}(x^p) = \sum V(x)x^p.$$

Im vorliegenden Falle wurden nun jedesmal die drei Größen

$$P = m\,\mathfrak{D}(x^2) = \sum V(x)x^2,$$

$$Q = m\,\mathfrak{D}[(x+1)^2] = \sum V(x)(x+1)^2 = \sum V(x-1)x^2,$$

$$R = m\,\mathfrak{D}[(x-1)^2] = \sum V(x)(x-1)^2 = \sum V(x+1)x^2,$$

berechnet, aus denen einerseits das Formelpaar

$$Q - R = 4m\,\mathfrak{D}(x), \quad m^2\,\mathrm{str}(x)^2 = mP - [m\,\mathfrak{D}(x)]^2,$$

andrerseits die Kontrollgleichung

$$Q + R = 2P + 2m$$

folgt. Die Rechnung verlief bei der dem Schema gegebenen Anordnung unter Benutzung der bekannten Crelleschen Produkttafel sehr bequem, da das Schema die Quadrate des Arguments bereits vorgedruckt enthielt. Man hatte nur, wo es nötig war, durch angemessene Zusammenlegung der Teilstrecken dafür zu sorgen, daß die Argumentwerte zwischen den Grenzen $\pm$ 100 blieben.

Wenn es mit Rücksicht auf die soeben erwähnte Bedingung nötig wurde, die Abrundung zu vergrößern, so wurde stets eine ungerade Anzahl von Teilstrecken zusammengefaßt. Ging z. B. das ursprüngliche Argument x über 100 hinaus, ohne jedoch die Grenze 300 zu überschreiten, so wurden die $V(x)$ für die Abteilungen

$$x = \cdots;\ -4, -3, -2;\ -1, 0, +1;\ +2 +3 +4;\ \ldots$$

zusammengefaßt, und den neuen Teilstrecken die Argumentwerte

$$x = \cdots, -3, 0, +3, \cdots$$

oder

$$y = \cdots, -1, 0, +1, \cdots$$

zugeordnet, wobei dann zwischen dem ursprünglichen Argument x und dem transformierten Argument y die Relation $x = 3y$ bestand. Selbstverständlich waren die Ergebnisse der mit y durchgeführten Rechnung, nämlich die Werte von $\mathfrak{D}(y)$ und $\mathrm{str}(y)$, nachher durch Multiplikation mit dem Reduktionsfaktor 3 wieder auf die Maßeinheit von x zu bringen. In dieser Weise ist bei einzelnen Reihen mit besonders kleiner Abrundung die Zusammenlegung bis zu neun Teilstrecken getrieben worden.

Da die Abrundung stets relativ klein war, so konnte mit Rücksicht auf die hier einzuhaltende Genauigkeit die Reduktion auf stetiges Argument, die ohnehin nur die Streuungen betroffen hätte, fortgelassen werden.

Schließlich mag noch erwähnt werden, daß die Auszählung der Karten in der Hauptsache nur einmal durchgeführt worden ist. Man kann nämlich innerhalb jeder Gruppe die 110 Kollektivreihen so in Tripel ordnen, daß die zugehörigen Argumente x, y, z der Gleichung

$$x + y = z$$

genügen. Demnach besteht für die zugehörigen Argumentdurchschnitte die Gleichung

$$m\mathfrak{D}(x) + m\mathfrak{D}(y) = m\mathfrak{D}(z),$$

die bei gleicher Abrundung der x, y, z in aller Strenge und bei ungleicher Abrundung wenigstens mit ausreichender Annäherung erfüllt sein mußte. Die vorstehende Gleichung hat als wirksame Kontrolle für die Auszählungen gedient.

Die beschriebenen Vorbereitungen bis zur Bildung der Elemente hin enthielten eine ansehnliche Menge von rein mechanischer Arbeit. Ich verfehle deshalb nicht, an dieser Stelle dankend hervorzuheben, daß ich auf Anordnung von Herrn Prof. BRUNS bei dem mechanischen Teil von dem Assistenten Herrn LEPPIG und von Fräulein KLARA REUTHER unterstützt worden bin.

Es würde sich nunmehr darum handeln, die errechneten Werte der Größen $\mathfrak{D}(x)$ und $\mathrm{str}(x)$ zusammenzustellen und zu diskutieren. Zuvor ist indessen noch ein andrer Punkt zu erledigen.

Der Barometer-Koeffizient.

§ 17. Ehe ich die Ergebnisse der bearbeiteten Kollektivreihen zusammenstelle, soll, um später den Zusammenhang nicht

zu unterbrechen, eine Nebenfrage behandelt werden, nämlich die Beziehung zwischen dem Luftdruck und dem täglichen Gange einer Taschenuhr. Da die Literatur über diesen Gegenstand nur recht spärlich ist, so habe ich den Versuch gemacht, aus dem vorliegenden Material einen Wert für den Barometer-Koeffizienten b_t abzuleiten, der den hier untersuchten Taschenuhren zukommt.

Man denke sich für die 24-stündigen Zeitstrecken, die zwischen den Terminen der Uhrvergleichungen liegen, die Reihe der Luftdruckmittel aufgestellt und sodann dazu die Reihe der ersten Differenzen oder der Barometer-Variationen Δb gebildet. Dann erzeugt jedes Δb in dem Gange der Uhr eine Variation Δv, die durch eine Gleichung von der Form

$$\Delta v = b_t \Delta b$$

bestimmt wird. Setzt man hierin für Δv die Variation V ein, die tatsächlich vorgekommen ist, so erhält man daraus eine Bestimmung von b_t, die allerdings für gewöhnlich illusorisch ist, weil in dem beobachteten V außer der Wirkung des Luftdrucks auch die anderweiten recht erheblichen Störungen des Uhrganges zum Ausdruck kommen. Man kann indessen hoffen, eine brauchbare Näherung zu erhalten, wenn man eine hinreichend große Anzahl von Beobachtungsgleichungen zusammenfaßt. Zuvor ist jedoch eine andre Bemerkung einzuschalten.

Die täglichen Uhrvergleichungen, auf denen unser Material beruht, liefern zunächst nur die relativen Gänge „Taschenuhr gegen Pendel", aus denen dann weiter die „relativen" Variationen folgen. Da nun das Pendel für sich einen gewissen Barometer-Koeffizienten b_p besitzt, so äußert sich der Luftdruck in den relativen Variationen nur mit dem Koeffizienten

$$C = b_t - b_p .$$

Dieses Verhältnis bleibt bestehen, wenn man, wie es in unserem Falle geschehen ist, die Korrektionen des Pendels ohne Berücksichtigung von b_p geradlinig zwischen den einzelnen Zeitbestimmungen interpoliert. Daher sind die Beobachtungsgleichungen in der Gestalt

$$\Delta v = C \Delta b$$

anzusetzen, wobei man streng genommen die Tage, die eine Zeitbestimmung enthalten, fortzulassen hätte, da an diesen Stellen

die geradlinige Interpolation einen Sprung erfährt. Ich habe indessen diese Sprünge ihrer Geringfügigkeit wegen unberücksichtigt gelassen.

§ 18. Für die Δb stand mir eine Reihe von Druckmitteln zur Verfügung, die Herr Dr. HAYN für eine andre Untersuchung hergeleitet hatte, und die von 1899 August 26 bis 1901 Oktober 31 reicht. Die Mittel beruhen auf den in mittlerer Zeit ausgedrückten Terminen 2^h, 8^h, 14^h, 20^h, gelten also für die Mittelepoche 11^h. Da dieser Wert sich von der Mittelepoche 13.5^h, die für die Uhrtermine in Betracht kommt, nur unerheblich entfernt, so konnte ich die Beobachtungsgleichungen unmittelbar mit den aus der HAYNschen Reihe folgenden Δb absetzen. Hierfür waren in dem genannten Zeitraum weit über 2000 reine Variationen verfügbar, die sich auf 126 Uhren verteilen.

Die Verteilungskurve der Δb besaß, wie hier noch bemerkt werden mag, einen Gipfel mit zweiseitigem Abfall und einer mäßigen, aber deutlich ausgesprochenen Unsymmetrie. Die Extreme waren $-$ 14.6 mm und $+$ 15.3 mm, ferner ergab sich

$$\mathfrak{D}(x) = 0.0034 \text{ mm}, \quad \text{str}(x) = 3.97 \text{ mm}.$$

Die Kleinheit von $\mathfrak{D}(x)$ ließ sich, wie man leicht erkennt, vorhersehen.

Da die Gleichungen mit einem kleinen Δb für die Ermittelung von C ziemlich wertlos sind, so wurden nur die Δb außerhalb der Grenzen $\pm$ 0.5 mm benutzt. Dadurch fielen 78 Tage aus, und es blieben 717 Tage mit 2100 Variationen übrig. Dieses Material wurde nun nach den Lagen L, T, H und nach dem Vorzeichen von Δb in sechs Abteilungen gesondert. Zieht man dann die Gleichungen jeder Abteilung durch einfaches Summieren in eine einzige Normalgleichung zusammen, so entsteht folgendes System:

		Δb	Δv	C
L	279	$+$ 944.3 mm	$-$ 29	$-$ 0.003^s
L	252	$-$ 786.8	$+$ 23	$-$ 0.003
T	482	$+$ 1593.2	$-$ 191	$-$ 0.011
T	557	$-$ 1666.1	$-$ 61	$+$ 0.004
H	257	$+$ 903.0	$-$ 117	$-$ 0.013
H	273	$-$ 805.3	$-$ 35	$+$ 0.004

Hierin gibt die erste Spalte die Uhrlage an, die zweite die Anzahl der benutzten Gleichungen, die dritte die Summe der Δb, die vierte die Summe der Δv, die fünfte endlich das aus jeder Normalgleichung folgende C. Subtrahiert man schließlich noch für jede Lage die zweite Gleichung von der ersten, so entstehen die Größen

		Δb	Δv	C
L	531	+ 1731.1 mm	— 52	— 0.003^s
T	1039	+ 3259.3	— 130	— 0.004
H	530	+ 1708.3	— 82	— 0.005

Die nahe Übereinstimmung der Endwerte ist wohl als zufällig anzusehen. Gleichwohl wird man den Satz aussprechen dürfen, daß für den Durchschnitt der benutzten Taschenuhren der Barometer-Koeffizient sich nicht erheblich von dem mit + 0.015^s anzusetzenden Koeffizienten der hier in Betracht kommenden Pendeluhren entfernt. Des weiteren folgt aus den für C gefundenen Werten, daß in dem vorliegenden Falle bei der Untersuchung der Schwankungen der Variationen die Schwankungen des Luftdrucks außer Betracht bleiben dürfen.

Reine Variationen.

§ 19. Um nicht immer auf die einer Gruppe zukommende Lagenfolge zurückgreifen zu müssen, sollen zur Bezeichnung der einer Woche vorhergehenden Lage die kleinen Buchstaben herangezogen werden, so daß z. B. hL die Bedeutung „Liegen nach Hängen“ besitzt. Ferner wird für die erste Woche, der die Reise der Uhr vorhergeht, der Buchstabe r benutzt werden. Es ist also z. B. rL = Liegen in der ersten Woche. Kommt es endlich bei einer Uhrlage nicht auf ihre Stellung innerhalb des Gangregisters an, so werde ich die fünf reinen Variationen durch die Buchstaben a, b, c, d, e unterscheiden. Hierbei genügt es dann, für die Summen oder Differenzen der reinen Variationen kurz $a \pm b$ usw. zu schreiben.

Des weiteren möge noch an die Bemerkung erinnert werden, daß man bei der Zusammenlegung von zwei Kollektivreihen desselben Arguments die Umfange m, sowie die Größen $m\mathfrak{D}(x)$ und $m\mathfrak{D}(x^2)$ einfach zu addieren hat, um die entsprechenden Größen für die Gesamtreihe zu erhalten. Für diese Zusammen-

ziehungen und die dabei erforderlichen Kontrollen wurde ebenfalls ein autographiertes Schema benutzt.

§ 20. Die Zwischengrößen für die Untersuchung der reinen Variationen sind in den vier Tabellen II des Anhangs zusammengestellt. Die erste Spalte enthält die Gruppennummer, die zweite die Lagenfolge, die dritte den Umfang m. Die Bedeutung der übrigen Spalten ist unmittelbar aus den Überschriften zu entnehmen.

In den Tabellen III des Anhanges sind die Reihen für die einzelnen Lagen schrittweise zusammengefaßt worden. Der Bequemlichkeit halber habe ich hier wie weiterhin die Werte des Umfangs m wiederholt. Bei der Berechnung der $\mathfrak{T}(x)$ und $\mathrm{str}(x)$ wurden zuerst die Vorwochen auseinander gehalten. Dann wurde nach den Vorwochen h, t, l (ohne r) zusammengezogen, und schließlich alles ohne Rücksicht auf die Vorwoche vereinigt. Diese Schlußwerte findet man unter den Überschriften VL, VT und VH. Außerdem gibt die dritte Abteilung jeder Tabelle die Werte für die aus den Perioden A und B zusammengesetzte gesamte Beobachtungsreihe an.

Bei der Betrachtung der Tabellen fällt sofort der Unterschied zwischen den Streuungen in A und B auf. Auch bei recht kleinen Werten von m ist die Streuung in B stets kleiner als in A. Dieser Umstand ist um so bemerkenswerter, als ja bei der Auswahl der beizubehaltenden Gangregister für beide Perioden die gleiche Toleranz von 5^s zugrunde gelegt worden ist. Er tritt noch deutlicher hervor, wenn man die Variationen ohne Rücksicht auf die Signaturen a bis e zusammenlegt und damit die in Tabelle IV enthaltenen Zahlen bildet. In den Spalten I, II und III sind die Werte nach den Vorwochen getrennt aufgeführt, in II + III sind die Vorwochen l, t und h ohne r zusammengezogen, endlich stehen in der letzten Spalte die Werte für die ohne Berücksichtigung der Vorwochen vereinigten Reihen. Die Umfange findet man am Fuße der Tabelle zusammengestellt. Der Fortschritt in der Reglage, der in der Verminderung der anfänglichen Streuung um fast 50 % zum Ausdruck kommt, ist in Wirklichkeit offenbar noch größer gewesen, da ja unter den älteren Gangregistern sich auch solche befinden, die unter den damaligen Umständen noch als gut angesehen werden mußten und erst bei der vorliegenden Untersuchung wegen Überschreitung der Fünfsekunden-Toleranz fortgelassen worden sind. Beiläufig

möge erwähnt werden, daß man schon bei dem Ausschreiben der Variationen in die Zählblätter unwillkürlich den Eindruck erhielt, als ob gegen das Jahr 1898 hin eine besonders auffällige Verbesserung der Reglage fast sprungweise eingetreten sei, während vorher ein mehr stetiger Fortschritt stattgefunden hat.

§ 21. Die Tabelle IV gibt noch zu einer andern Bemerkung Anlaß, die sich auf die relative Güte der Lagen L, T, H bezieht. Bildet man nämlich aus den Werten der letzten Spalte die Differenzen nach den Lagen, so wird

	Periode A	Periode B
$H - T$	+ 1.231	+ 0.217
$T - L$	+ 0.156	+ 0.183
$H - L$	+ 1.387	+ 0.400

Die vorstehenden Zahlen besagen durch ihr Vorzeichen, daß die Streuung, also die durchschnittliche Ungleichförmigkeit des täglichen Ganges in der Reihenfolge $L — T — H$ zunimmt, daß also L die günstigste, H die ungünstigste Lage ist, wogegen T eine Mittelstellung zwischen L und H einnimmt. Dieses Verhalten läßt sich übrigens mit zwei Ausnahmen auch schon bei den nach den Signaturen a bis e getrennten Reihen der Tabellen III nachweisen.

Das beschriebene Verhalten der Lagen L, T, H hatte sich bereits bei der früher mit 200 Uhren vorgenommenen Stichprobe aufs deutlichste gezeigt und war von Prof. Bruns gelegentlich eines öffentlichen Vortrages vor der K. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften mitgeteilt worden. Eine erschöpfende Erklärung dürfte nicht ganz leicht sein, wenn man sich auch bei dem Verhalten von H darauf berufen kann, daß die senkrechte Lage der Spiralenebene für die Tätigkeit der Spirale sicher ungünstiger ist, als die wagerechte. Hingegen ist es vorläufig unverständlich, wie das günstige Verhalten von T zustande kommt. Bei T tritt nämlich außer den gelegentlichen Erschütterungen und dem halbtägigen Lagenwechsel zwischen „Zifferblatt oben“ und „Bügel oben“ noch eine starke Temperaturschwankung auf, denn nachts steht die Uhr unter Zimmertemperatur, während sie am Tage in der Westentasche nach Ausweis der häufig vorgenommenen Messungen Temperaturen zwischen + 26° bis + 34° ausgesetzt ist

Für die Technik der Uhrenprüfungen fließt aus den vorstehenden Zahlen die bereits von Prof. Bruns gezogene Folgerung, *daß die Prüfung im Tragen, die ja immer nur in beschränktem Umfange ausführbar ist, durch eine Kombination ersetzt werden kann, bei der L in mittlerer Temperatur und H in hoher Temperatur halbtägig abwechseln.*

Geht man wieder auf die Tabellen III zurück und betrachtet den Verlauf der Streuungen in der Richtung von a nach e, so erkennt man, daß Schwankungen stattfinden, die mit einer Tendenz zum Abnehmen verbunden sind. Das Vorwalten der Abnahme ist unschwer zu verstehen, da ja jeder einmalige Lagenwechsel eine Störung bedeutet, deren Wirkung nach einer gewissen Zeit verschwinden muß. Um eine vollständigere Einsicht in das Verhalten dieser Schwankungen zu gewinnen, würde es allerdings nötig sein, Beobachtungen zu beschaffen, bei denen die einzelne Lage erheblich länger als sieben Tage dauert.

Die $\mathfrak{D}(x)$ der Tabellen III lassen keine Gesetzmäßigkeit erkennen, wenn man davon absieht, daß sie für die Periode B durchschnittlich kleiner sind, als für die Periode A. Betrachtet man das $\mathfrak{D}(x)$, das zu einer Reihe vom Umfange m gehört, als das Mittel aus m gleich guten Messungen und berechnet dazu mit der vorhandenen Streuung nach der gewöhnlichen Fehlerformel die Unsicherheit, so stellt sich heraus, daß bei allen längeren Reihen die aufgeführten $\mathfrak{D}(x)$ durchgängig von derselben Größenordnung sind, wie ihre Unsicherheiten. Infolgedessen ist es auch nicht angängig, aus den Vorzeichen der $\mathfrak{D}(x)$ für die Lagen L, T, H bestimmte Schlüsse zu ziehen.

§ 22. Außer den zu einer Lage gehörigen Variationen Va bis Ve waren auch die Reihen aufgestellt worden, die sich aus den Summen und Differenzen je zweier benachbarter Variationen ergeben. Ich unterlasse es, die Zwischengrößen in derselben Ausführlichkeit wie bei den reinen Variationen mitzuteilen, indem ich bemerke, daß das ganze bei der vorliegenden Arbeit entstandene Zahlenmaterial im Archiv der Leipziger Sternwarte aufbewahrt wird, um gegebenenfalls bei einer Fortsetzung dieser Untersuchung Verwendung zu finden. Demgemäß beschränke ich mich auf die Mitteilung der für die Abhängigkeit entscheidenden Streuungsausdrücke.

Sind x und y die simultanen Werte von zwei benachbarten Variationen, so gilt die Gleichung

$$\mathrm{str}\,(x-y)^2 = \mathfrak{D}\,[(x-y)^2] - \mathfrak{D}\,(x-y)^2.$$

Entwickelt man rechts, so entsteht

$$\mathrm{str}\,(x-y)^2 = \mathfrak{D}\,(x^2) - 2\,\mathfrak{D}\,(xy) + \mathfrak{D}\,(y^2) - \mathfrak{D}\,(x)^2 + 2\,\mathfrak{D}\,(x)\,\mathfrak{D}\,(y) - \mathfrak{D}(y)^2,$$

woraus weiter für die Verbindung

$$D = \mathrm{str}\,(x-y)^2 - \mathrm{str}\,(x)^2 - \mathrm{str}\,(y)^2$$

der Ausdruck

$$D = -2\,\mathfrak{D}(xy) + 2\,\mathfrak{D}(x)\,\mathfrak{D}(y)$$

folgt. Ersetzt man bei der vorstehenden Umformung $x-y$ durch $x+y$, so erhält man für D den entgegengesetzten Wert. Daher genügt es, die Werte von D für die Differenzen der Variationen zu berechnen, weil hieraus die entsprechenden Werte für die Summen durch bloßes Umkehren des Vorzeichens erhalten werden.

Die Größen D sind in Tabelle V zusammengestellt, die nach dem Früheren unmittelbar verständlich ist. Die Zahlenwerte sind ausgesprochen positiv, sobald man von vereinzelten und wegen des kleinen m unsicheren Ausnahmen absieht. Ferner sind die D für die Periode B ausgesprochen kleiner als für A. Es ist also sicher eine Abhängigkeit vorhanden, da im Falle der Unabhängigkeit die D-Werte in der Nähe von Null herumschwanken müßten.

Um über den Grund der Abhängigkeit einen Anhalt zu gewinnen, betrachten wir für den Augenblick statt der Differenzen $x-y$ die Summen $x+y$, für die nach dem vorliegenden Ergebnis die Verbindung D ausgesprochen negativ wird. Es sind dann die Schwankungen der Größe $x+y$, d. h. der zweitägigen Gangänderung im Durchschnitt kleiner, als sie es sein würden, wenn x und y unabhängig voneinander variieren. Demnach kommt in dem Vorzeichen der D die Tatsache zum Ausdruck, daß das Uhrwerk die Tendenz besitzt, den Gang bei einem mittleren Werte festzuhalten und die an einem Tage eingetretene Gangänderung schon an dem nächsten Tage auszugleichen. Leider sind die Leipziger Beobachtungslagen zu kurz, um eine genauere Verfolgung des Spiels dieser Ausgleichung zu gestatten.

Schließlich will ich der Vollständigkeit wegen noch erwähnen, daß die Argumentdurchschnitte der Verbindungen $x \pm y$ nichts auffälliges gezeigt haben.

Zwischenvariationen.

§ 23. Bei der Untersuchung der Variationen, die an dem Orte eines Lagenwechsels auftreten, wollen wir jetzt unter Abänderung der bisherigen Bezeichnung mit b und c die beiden Zwischenvariationen, mit a und d hingegen die unmittelbar vorangehende und nachfolgende reine Variation bezeichnen. Diese Variationen samt ihren Summen und Differenzen sind dann in derselben Weise wie die reinen Variationen bearbeitet worden, nur daß jetzt die Zusammenfassung nach den sechs möglichen Lagenwechseln, statt nach den drei Lagen erfolgt ist. Hierbei ergeben sich für die Va und Vd gelegentlich andre Werte, als vorher, weil jetzt teilweise andre Registerreihen in Frage kommen. Die Zahlen für die Argumentdurchschnitte lasse ich fort, weil sie zu keiner Bemerkung Anlaß geben. Die Streuungen findet man in der Tabelle VI, die nach dem Bisherigen unmittelbar verständlich ist. Aus der Betrachtung der Tabelle folgt zunächst, daß die Streuungen bei den Vb und Vc erheblich größer sind als bei den Va und Vd, und daß ferner — abgesehen von einer belanglosen Ausnahme mit $m = 3$ — die Streuung der Vb die der Vc ausgesprochen überragt. Dieses Verhalten wird durch einen Blick auf das in § 5 mitgeteilte Stück eines Gangregisters ohne weiteres verständlich. Denn da der Lagenwechsel unmittelbar nach der Uhrvergleichung erfolgt, so entwickelt sich der Zwischengang bereits unter der neuen Lage und wird darum im Durchschnitt den Gängen der neuen Lage näher stehen, als denen der alten.

Hält man die beiden Perioden A und B gegen einander, so ergibt sich eine ausgesprochene Verbesserung der Vb und Vc, die jedoch relativ erheblich kleiner ist, als die Verbesserung, die oben für die reinen Variationen festgestellt worden ist. Es sind also bei dem Übergange von A nach B die Ursachen der Gangänderungen innerhalb einer Lage in höherem Maße beseitigt worden, als die Ursachen der Lagenunterschiede zwischen den mittleren Gängen, denn in den Vb und Vc kommt wesentlich der Lagenunterschied zum Ausdruck.

Läßt man die ganz kurzen Reihen beiseite, so erkennt man, daß bei den Differenzen die Streuungen in der Reihenfolge

$$d - c, \quad b - a, \quad c - b$$

wachsen. Ferner ist bei den Summen die Streuung von $d + c$ kleiner als die von $b + c$.

Zur Untersuchung der Abhängigkeit sind endlich nach dem Vorgange von § 22 die Größen D berechnet und in Tabelle VII zusammengestellt worden. Das ausgesprochene Vorwalten der positiven Werte führt offenbar zu demselben Schlusse, wie vorhin bei den reinen Variationen.

Variationssummen.

§ 24. Für die Summen der reinen Variationen einer Lage sind die Ergebnisse, so weit sie sich auf die Summen selber beziehen, in Tabelle VIII zusammengestellt, und zwar erst nach Vorwochen getrennt, sodann aber ohne Berücksichtigung der Vorwochen zusammengezogen. Die zusammengezogenen Werte findet man auf den Zeilen VSL, VST und VSH.

Die Vergleichung der Streuungen liefert eine Wiederholung der früheren Bemerkungen über die Reihenfolgen LTH und AB. Man kann sogar sagen, daß diese Reihenfolgen jetzt noch schärfer als früher hervortreten. Ferner ergibt sich noch deutlicher als früher, daß bei den Variationen eine Tendenz zur Ausgleichung vorhanden ist. Sieht man nämlich in den VS die einzelnen Summanden als voneinander unabhänige Beobachtungen an und dividiert unter Berücksichtigung der bekannten Fehlerformel die Streuungen der VS durch $\sqrt{(5-1)}$ oder 2, so erhält man die Streuungen, die unter der genannten Voraussetzung der einzelnen Beobachtung, d. h. der einzelnen Variation zukommen. Stellt man diese Werte mit den früher für die einzelne Variation gefundenen Zahlen zusammen, so entsteht folgendes Täfelchen:

		L	T	H
Periode A	VS	4.68	5.17	6.44
	V	6.40	6.56	7.79
Periode B	VS	3.21	3.69	3.94
	V	3.72	3.90	4.12

Die aus den VS errechneten Streuungen einer einzelnen Variation

sind also durchweg kleiner, als die früher direkt gefundenen und unter V angesetzten Werte, woraus dann unmittelbar folgt, daß bei der Summation der V eine über die Ausgleichung rein zufälliger Schwankungen hinausgehende Kompensation stattfindet.

Bei den $\mathfrak{D}(x)$ ist das Verhalten der Vorzeichen auffällig. Es hat darnach den Anschein, daß bei den neueren, der Periode B angehörenden Uhren in den auf die Reglage folgenden Wochen Neigung zu einer kleinen Akzeleration vorhanden ist.

Die Diskussion der aus den VS gebildeten Differenzen förderte keine bemerkenswerten Ergebnisse zu Tage und soll deshalb hier fortgelassen werden.

Gangdifferenzen.

§ 25. Bei den Gangdifferenzen interessiert zunächst die Frage, ob die bekannten Lagenunterschiede zwischen den mittleren Gängen für die fertig regulierte Uhr systematischer Art sind oder nicht. Zieht man nun die beobachteten Differenzen der reinen G-Größen zusammen, so ergibt sich nachstehendes Täfelchen.

		$GH-GT$	$GL-GT$	$GH-GL$	$GZ-GE$
Periode A	m	487	519	298	226
	$\mathfrak{D}(x)$	-0.99	$+8.53$	-8.56	-2.83
		(4.37)	(3.75)	(5.67)	(4.22)
	str (x)	96.4	85.4	97.9	63.5
Periode B	m	664	664	332	332
	$\mathfrak{D}(x)$	-12.98	-3.27	-8.84	-9.78
		(3.19)	(2.77)	(4.55)	(2.99)
	str (x)	82.3	71.5	83.0	54.4

Aus einer kleinen Anzahl von Gangregistern lassen sich auch Unterschiede zwischen erstem und zweitem Hängen oder Liegen bilden. Ich habe jedoch diese Reihen wegen ihres zu geringen Umfanges hier fortgelassen. Die eingeklammerten Zahlen unter den $\mathfrak{D}(x)$ bedeuten die Unsicherheiten der $\mathfrak{D}(x)$ und sind aus den Streuungen durch Division mit $\sqrt{m}$ entstanden.

Die mitgeteilten Zahlen dürfen als recht klein angesprochen werden, da als Einheit der G-Größen die Sechszigstel-Sekunde gewählt worden ist. Die Streuungen ordnen sich wieder den

Stufenfolgen LTH und AB unter. Ferner lehren die Differenzen $GZ-GE$, die der „reprise de marche“ der Genfer Gangzeugnisse entsprechen, daß bei dem vorliegenden Material *die Schwierigkeit der Lagenreglage großenteils von den langsameren Schwankungen des Ganges bei konstanter Lage herrührt*, denn die Streuungen der $GZ-GE$ betragen für jede Periode reichlich zwei Drittel von den übrigen in der Tabelle aufgeführten Streuungswerten.

Unter den $\mathfrak{D}(x)$ sind die meisten von derselben Größenordnung, wie ihre Unsicherheit, so daß nur die Werte für $GH-GT$ und $GZ-GE$ in Periode B als einigermaßen verbürgt anzusehen sind. Das negative Vorzeichen bei $GZ-GE$ deutet, wie sich schon bei den Variationssummen gezeigt hatte, auf eine Neigung zur Akzeleration, die natürlich nach einer gewissen Zeit erlöschen muß.

§ 26. Die Ergebnisse für die Differenzen zwischen den reinen und Zwischen-Gängen sind in Tabelle IX zusammengestellt. Hierbei bedeutet $G(LT-L)$ usw. die Differenz zwischen den Ganggrößen GLT und GL usw., während die übrigen Angaben keiner besonderen Erläuterung bedürfen.

Ordnet man für ein bestimmtes Lagenpaar die Streuungen nach ihrer Größe und läßt das Paar HL in Periode B wegen des geringen Umfanges der zugehörigen Reihen fort, so ergeben sich die Beziehungen

$$(TL-L)<(LT-T)<(LT-L)<(TL-T),$$
$$(LH-H)<(HL-L)<(LH-L)<(HL-H),$$
$$(TH-H)<(HT-T)<(HT-H)<(TH-T).$$

Diese Anordnung ließ sich zum Teil vorhersehen und zwar auf Grund der Bemerkung, daß jeder Zwischengang dem nachfolgenden reinen Gange im Durchschnitt näher stehen muß, als dem vorhergehenden.

Die $\mathfrak{D}(x)$ gestatten keine zuverlässigen Schlüsse, weil sie im wesentlichen von derselben Größenordnung sind, wie ihre aus den Streuungen zu berechnenden Unsicherheiten.

Die Differenzen der Zwischengänge habe ich ebenfalls bearbeitet, jedoch ohne positives Ergebnis, weil hierbei selbst die längsten Reihen nur einen mäßigen Umfang annahmen.

§ 27. Für die zweiten Gangdifferenzen, die für die Orte des Lagenwechsels nach dem Schema

$$(GL-GLH)-(GLH-GH)=GL-2\,GLH+GH$$

gebildet worden sind, findet man die Ergebnisse in Tabelle X zusammengestellt. Die erste Spalte gibt den Sinn des Lagenwechsels an; die letzte Spalte enthält unter D die nach dem Muster von § 22 gebildeten Verbindungen der Streuungen.

Die $\mathfrak{D}(x)$ liegen, wenn man wieder die ganz kurzen Reihen beiseite läßt, unterhalb ihrer aus den Streuungen berechneten Unsicherheiten, erlauben also keine sicheren Schlüsse. Ferner zeigen die Streuungen eine jetzt wieder sehr starke Verbesserung bei dem Übergange von A nach B. Endlich sind die D-Größen ausgesprochen positiv, woraus wieder wie früher auf eine Tendenz zur Ausgleichung zu schließen ist.

Schlußbemerkung.

§ 28. Mit den vorstehenden Ergebnissen habe ich die von mir unternommenen Rechnungen abgebrochen. Faßt man zusammen, so kann man folgende Punkte als Hauptergebnis herausheben:

1. Die nahe Übereinstimmung des Barometer-Koeffizienten bei Taschen- und Pendel-Uhren.

2. Die in keiner Weise vorherzusehende Reihenfolge LTH nebst der Folgerung, die sich daraus für die Technik der Uhrenprüfungen ergibt.

3. Der Nachweis einer auf die Ausgleichung der Schwankungen gerichteten Abhängigkeit zwischen den Variationen, wobei allerdings die genauere Kenntnis des Ausgleichungsprozesses späteren Untersuchungen an einem geeigneteren Material vorbehalten bleiben mußte.

4. Die Tatsache, daß bei den beobachteten Lagenunterschieden die „reprise de marche“ durchschnittlich einen viel größeren Anteil hat, als man bisher angenommen haben dürfte.

Außerdem hat sich deutlich gezeigt, daß man brauchbare Ergebnisse nur aus umfangreichen und hinlänglich homogenen Reihen erwarten darf. Hierin liegt die eigentliche Schwierigkeit solcher Untersuchungen, weil das geschäftliche und an sich durchaus berechtigte Interesse des Fabrikanten sich nur schlecht mit den Ansprüchen einer eingehenden wissenschaftlichen Untersuchung vereinigen läßt.

I. Verteilung der Register nach Jahren und nach der Lagenfolge.

Jahr	1. 2. *LEHZ*	3. 4. *ELZH*	5. 6. *ELHZ*	7. *LEHL*	9. 10. *EHLZ*	11. 12. *EHZL*	13. *LHEL*	15. *HELZ*	17. *ELHL*	19. *LELH*	21. *LHLE*	23. *LHLH*	25. *HLEH*	27. *HLEL*	Σ	ΣΣ
1883				1											1	1
1884	1		1	1											3	4
1885			1	1			2								4	8
1886			2				1			1			1		5	13
1887	3	3	2	2		1			1						12	25
1888	1		3	3			2								9	34
1889	3				1									1	5	39
1890	1		2								1				4	43
1891	2		3	1		1			1						8	51
1892	2	2	2	3	2		1		2						14	65
1893	3	3	8	6			2					1			23	88
1894	28	3	2			2		3							38	126
1895	25	3	6		1	1		2							38	164
1896	35	3	2			1									41	205
1897	27	8	17		4										56	261
1898	28	14	6			1									49	310
1899	28	14	8			1									51	361
1900	28	9	15		1										53	414
1901	37	14	8		2										61	475
1902	15	21	6												42	517
1903	22	16	4												42	559
1904	8	20													28	587
1905		6													6	593
	297	139	98	18	11	8	8	5	4	1	1	1	1	1	593	

II, 1. Die Variationen der ersten Woche.

Periode A

	Gruppe	m	$m.\,\mathfrak{D}(x)$					$m.\,\mathfrak{D}(x^2)$				
			V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5
1	*LEHZ*	131	+ 48	− 7	+ 71	− 60	− 18	3376	3645	4649	3936	4018
3	*ELZH*	25	− 20	+ 41	− 46	+ 59	− 46	542	963	816	1491	1166
5	*ELHZ*	51	− 3	+ 70	− 14	+ 28	+ 6	2329	2454	2592	4970	1936
7	*LEHL*	18	+ 51	+ 53	− 18	− 25	+ 56	1875	1127	570	423	850
9	*EHLZ*	8	+ 16	− 3	− 17	+ 5	− 14	110	123	227	131	92
11	*EHZL*	6	− 4	− 19	+ 19	− 24	+ 16	30	233	127	256	174
13	*LHEL*	8	− 7	+ 17	− 45	+ 19	− 9	779	747	931	621	349
15	*HELZ*	5	+ 1	− 26	+ 6	+ 9	− 6	103	258	118	413	202
17	*ELHL*	4	− 7	+ 2	+ 21	− 10	− 5	133	154	157	126	45
19	*LELH*	1	+ 3	− 16	+ 4	+ 6	+ 4	9	256	16	36	16
21	*LHLE*	1	− 1	+ 6	− 7	+ 6	+ 1	1	36	49	36	1
23	*LHLH*	1	+ 5	+ 12	− 3	− 2	+ 5	25	144	9	4	25
25	*HLEH*	1	+ 14	− 38	+ 45	− 15	+ 47	196	1444	2025	225	2209
27	*HLEL*	1	− 1	+ 8	+ 1	− 5	− 2	1	64	1	25	4

Periode B

2	*LEHZ*	166	+ 10	+ 13	0	+ 7	+ 23	2038	2511	2142	2213	2207
4	*ELZH*	114	− 29	− 1	− 22	+ 28	− 33	1511	1697	1472	1538	1555
6	*ELHZ*	47	− 3	+ 24	− 51	+ 16	− 16	405	732	619	836	652
10	*EHLZ*	3	− 1	+ 7	+ 3	− 9	+ 4	51	29	11	83	8
12	*EHZL*	2	+ 5	− 9	+ 1	− 4	+ 1	25	65	5	16	25

	Gruppe	m	$m.\,\mathfrak{D}(x)$					$m.\,\mathfrak{D}(x^2)$				
			$V8$	$V9$	$V10$	$V11$	$V12$	$V8$	$V9$	$V10$	$V11$	$V12$
Periode A												
1	*LEHZ*	131	− 36	+ 70	− 42	+ 41	+ 53	5614	4970	3128	3851	4279
3	*ELZH*	25	+ 5	− 29	− 62	+ 70	− 7	1045	667	844	2154	1023
5	*ELHZ*	51	− 61	+ 15	+ 45	− 8	− 62	2587	2303	2507	1790	1398
7	*LEHL*	18	− 124	+ 6	− 4	+ 15	+ 39	2996	2334	556	2399	2275
9	*EHLZ*	8	− 20	− 6	+ 10	− 24	− 32	140	272	188	302	248
11	*EHZL*	6	+ 6	+ 3	+ 17	+ 10	− 8	276	83	363	334	164
13	*LHEL*	8	− 38	+ 11	− 4	+ 28	− 58	1624	1317	1054	406	1712
15	*HELZ*	5	+ 6	+ 5	+ 24	+ 3	+ 3	116	91	174	117	17
17	*ELHL*	4	− 25	− 15	+ 10	− 2	+ 22	303	227	250	46	356
19	*LELH*	1	− 3	0	− 1	− 4	+ 7	9	0	1	16	49
21	*LHLE*	1	− 2	− 1	0	− 3	+ 1	4	1	0	9	1
23	*LHLH*	1	− 19	− 20	+ 32	+ 5	+ 7	361	400	1024	25	49
25	*HLEH*	1	+ 17	− 9	+ 10	+ 2	− 4	289	81	100	4	16
27	*HLEL*	1	+ 5	+ 2	0	− 3	− 3	25	4	0	9	9
Periode B												
2	*LEHZ*	166	− 94	− 33	− 38	− 69	− 92	3182	2633	2356	2369	2430
4	*ELZH*	114	− 3	− 23	+ 7	− 94	+ 47	2071	1917	1507	1416	1319
6	*ELHZ*	47	− 22	− 17	+ 28	+ 3	+ 7	974	643	604	459	549
10	*EHLZ*	3	− 6	+ 2	0	− 3	+ 4	36	10	38	45	58
12	*EHZL*	2	− 8	− 3	− 9	+ 6	+ 7	50	29	101	26	29

II, 3. Die Variationen der dritten Woche.

	Gruppe	m	$m.\,\mathfrak{D}(x)$					$m.\,\mathfrak{D}(x^2)$				
			V_{15}	V_{16}	V_{17}	V_{18}	V_{19}	V_{15}	V_{16}	V_{17}	V_{18}	V_{19}
Periode A												
1	*LEHZ*	131	−75	−20	−131	+2	−96	5435	5168	5383	5438	5848
3	*ELZH*	25	+68	−27	−17	+23	+29	2168	631	1213	743	1421
5	*ELHZ*	51	−97	+49	−62	+56	−19	3239	3265	3116	3078	3289
7	*LEHL*	18	−13	+1	−18	+3	+27	1625	3007	1386	2353	1391
9	*EHLZ*	8	+30	−7	−22	−9	+12	290	255	226	87	194
11	*EHZL*	6	−9	+3	−24	+13	−8	139	137	870	1279	138
13	*LHEL*	8	+24	+7	+16	−1	−12	1582	951	940	247	494
15	*HELZ*	5	−3	+19	−5	+2	+6	127	93	81	28	100
17	*ELHL*	4	−4	−11	+16	−9	−14	154	173	170	265	444
19	*LELH*	1	−4	+2	−11	+13	−2	16	4	121	169	4
21	*LHLE*	1	0	−7	+7	+4	−3	0	49	49	16	9
23	*LHLH*	1	0	0	−3	−11	+4	0	0	9	121	16
25	*HLEH*	1	+2	+3	+2	−28	+19	4	9	4	784	361
27	*HLEL*	1	−4	−1	−1	−1	+1	16	1	1	1	1
Periode B												
2	*LEHZ*	166	−99	−126	+52	−56	−41	3083	2812	2738	2872	3279
4	*ELZH*	114	−48	−21	−46	−2	−23	1784	1751	1624	1730	1817
6	*ELHZ*	47	−49	−19	+2	+6	−55	1079	853	476	746	671
10	*EHLZ*	3	+11	−6	−15	+15	−12	89	38	81	89	50
12	*EHZL*	2	+4	−3	−1	0	−3	8	5	5	0	5

II, 4. Die Variationen der vierten Woche.

	Periode A		$m.\ \mathfrak{D}(x)$					$m.\ \mathfrak{D}(x^2)$				
	Gruppe	m	$V22$	$V23$	$V24$	$V25$	$V26$	$V22$	$V23$	$V24$	$V25$	$V26$
1	*LEHZ*	131	−24	+ 27	+44	−34	+57	4888	3991	4562	5004	2971
3	*ELZH*	25	−15	+ 30	+17	−20	+37	977	990	963	1060	1265
5	*ELHZ*	51	−18	+ 89	−57	+63	+24	1688	4039	3317	2349	2066
7	*LEHL*	18	+27	− 9	+71	− 2	−14	841	1163	1025	506	356
9	*EHLZ*	8	−18	− 14	− 5	+ 9	+ 5	378	192	97	91	145
11	*EHZL*	6	+12	+ 25	−28	−17	+42	548	259	802	91	928
13	*LHEL*	8	−24	+ 9	+37	−46	− 8	476	651	1149	968	388
15	*HELZ*	5	+12	+ 1	− 3	−11	− 6	188	183	73	61	44
17	*ELHL*	4	+11	+ 1	+ 3	−28	+18	645	47	531	362	210
19	*LELH*	1	+ 3	+ 2	− 2	− 3	+ 1	9	4	4	9	1
21	*LHLE*	1	− 6	+ 13	+ 4	− 4	−10	36	169	16	16	100
23	*LHLH*	1	− 8	+ 32	+16	+ 9	+ 2	64	1024	256	81	4
25	*HLEH*	1	+34	− 21	0	+ 2	− 3	1156	441	0	4	9
27	*HLEL*	1	− 8	0	+ 5	− 2	− 4	64	0	25	4	16
	Periode B											
2	*LEHZ*	166	−88	−103	+10	−20	−70	3022	3229	2840	2366	2372
4	*ELZH*	114	+36	− 68	−47	− 5	+28	2152	1870	1939	1731	1678
6	*ELHZ*	47	− 7	+ 17	+ 9	−37	− 5	919	751	669	625	679
10	*EHLZ*	3	− 4	+ 4	− 1	− 5	+ 7	138	8	153	17	27
12	*EHZL*	2	− 3	+ 2	+ 2	− 6	+ 5	29	20	2	50	37

III, 1. Reine Variationen. Lage *L*.

Periode A.

	$\mathfrak{D}(x)$					str (x)				
	VrL	*VhL*	*VtL*	*h+t*	*VL*	*VrL*	*VhL*	*VtL*	*h+t*	*VL*
m	160	34	101	135	295	160	34	101	135	29)
a	+ 0.618	+ 2.647	— 1.069	— 0.133	+ 0.275	6.126	7.380	7.072	7.330	6.71
b	+ 0.406	— 0.853	+ 0.257	— 0.022	+ 0.210	6.087	6.805	6.447	6.556	6.31
c	+ 0.012	+ 1.941	— 0.089	+ 0.422	+ 0.200	6.237	7.300	7.564	7.550	6.87
d	— 0.350	— 1.382	+ 0.099	— 0.274	— 0.315	5.610	5.531	7.209	6.856	6.21
e	+ 0.243	+ 0.294	— 0.129	— 0.022	+ 0.122	5.728	4.872	6.457	6.100	5.90

Periode B.

m	166	3	163	166	332	166	3	163	166	33
a	+ 0.060	+ 3.667	— 0.172	— 0.102	— 0.021	3.503	4.027	4.339	4.364	3.95
b	+ 0.078	— 2.000	— 0.233	— 0.265	— 0.093	3.889	2.944	3.972	3.962	3.92
c	0.000	— 5.000	+ 0.227	+ 0.133	+ 0.066	3.592	1.414	3.593	3.633	3.61
d	+ 0.042	+ 5.000	— 0.595	— 0.494	— 0.226	3.651	2.114	3.385	3.448	3.56
e	+ 0.139	— 4.000	+ 0.362	+ 0.283	+ 0.211	3.644	0.817	3.399	3.420	3.53

Periode (A + B).

m	326	37	264	301	627	326	37	264	301	627
a	+ 0.334	+ 2.730	— 0.515	— 0.116	+ 0.118	4.974	7.172	5.563	5.882	5.434
b	+ 0.239	— 0.946	— 0.045	— 0.156	+ 0.049	5.090	6.584	5.069	5.287	5.189
c	+ 0.006	+ 1.378	+ 0.106	+ 0.262	+ 0.129	5.066	7.261	5.467	5.733	5.398
d	— 0.150	— 0.865	— 0.330	— 0.395	— 0.268	4.720	5.614	5 203	5.258	4.987
e	+ 0.190	— 0.054	+ 0.174	+ 0.146	+ 0.169	4.782	4.821	4.811	4.813	4.797

III, 2. Reine Variationen. Lage *T*.

Periode A.

	$\mathfrak{D}(x)$					str (x)				
	VrT	*VhT*	*VlT*	$h+l$	*VT*	*VrT*	*VhT*	*VlT*	$h+l$	*VT*
m	94	201	191	392	486	94	201	191	392	486
a	− 0.191	− 0.104	− 0.571	− 0.332	− 0.305	5.780	6.469	7.708	7.103	6.867
b	+ 0.968	+ 0.652	+ 0.267	+ 0.464	+ 0.562	6.391	6.737	6.661	6.703	6.647
c	− 0.394	+ 0.015	− 0.351	− 0.163	− 0.208	6.445	7.005	5.150	6.174	6.228
d	+ 0.617	+ 0.219	+ 0.209	+ 0.214	+ 0.292	8.591	6.686	6.453	6.574	7.011
e	− 0.457	+ 0.318	+ 0.717	+ 0.513	+ 0.325	6.008	5.309	6.701	6.031	6.039

Periode B.

m	166	215	283	498	664	166	215	283	498	664
a	− 0.169	− 0.423	− 0.516	− 0.476	− 0.399	3.460	4.265	4.215	4.237	4.059
b	+ 0.127	− 0.414	− 0.177	− 0.279	− 0.178	3.897	4.285	3.935	4.092	4.048
c	− 0.416	+ 0.084	− 0.300	− 0.135	− 0.205	3.538	4.042	3.810	3.916	3.827
d	+ 0.187	− 0.265	− 0.269	− 0.267	− 0.154	3.855	3.721	3.804	3.768	3.795
e	− 0.265	− 0.363	− 0.382	− 0.373	− 0.346	3.664	3.753	3.867	3.818	3.781

Periode (A + B).

m	260	416	474	890	1150	260	416	474	890	1150
a	− 0.177	− 0.269	− 0.538	− 0.412	− 0.359	4.441	5.445	5.878	5.681	5.426
b	+ 0.431	+ 0.101	+ 0.002	+ 0.048	+ 0.135	4.962	5.631	5.213	5.413	5.316
c	− 0.408	+ 0.050	− 0.321	− 0.147	− 0.206	4.797	5.670	4.399	5.037	4.985
d	+ 0.342	− 0.031	− 0.076	− 0.055	− 0.035	6.018	5.368	5.047	5.200	5.398
e	− 0.335	− 0.034	+ 0.061	+ 0.017	− 0.063	4.651	4.584	5.226	4.937	4.876

III, 3. Reine Variationen. Lage *H*.

Periode A.

	$\mathfrak{D}(x)$					str (x)				
	VrH	*VtH*	*VlH*	$t+l$	*VH*	*VrH*	*VtH*	*VlH*	$t+l$	*VH*
m	7	189	67	256	263	7	189	67	256	263
a	+ 2.000	— 0.439	— 2.463	— 0.969	— 0.890	6.234	7.117	8.681	7.610	7.591
b	— 8.000	— 0.069	+ 0.925	+ 0.191	— 0.027	13.722	7.259	9.563	7.939	8.252
c	+ 7.429	— 0.556	— 0.060	— 0.426	— 0.217	15.846	6.597	9.162	7.358	7.809
d	— 1.571	— 0.143	+ 1.239	+ 0.219	+ 0.171	9.604	7.085	7.501	7.222	7.301
e	+ 5.571	— 0.397	— 1.194	— 0.605	— 0.441	17.719	6.860	8.981	7.481	7.990

Periode B.

m		285	47	332	332		285	47	332	332
a		— 0.270	— 1.043	— 0.380	— 0.380		4.312	4.676	4.374	4.374
b		— 0.684	— 0.404	— 0.645	— 0.645		4.012	4.241	4.046	4.046
c		— 0.014	+ 0.043	— 0.006	— 0.006		4.111	3.182	3.992	3.992
d		— 0.204	+ 0.128	— 0.157	— 0.157		4.045	3.982	4.037	4.037
e		— 0.007	— 1.170	— 0.172	— 0.172		4.207	3.593	4.145	4.145

Periode (A + B).

m	7	474	114	588	595	7	474	114	588	595
a	+ 2.000	— 0.338	— 1.877	— 0.636	— 0.605	6.234	5.602	7.334	6.008	6.018
b	— 8.000	— 0.439	+ 0.377	— 0.281	— 0.371	13.722	5.548	7.848	6.071	6.272
c	+ 7.429	— 0.230	— 0.018	— 0.189	— 0.099	15.846	5.252	7.315	5.711	5.988
d	— 1.571	— 0.179	+ 0.781	+ 0.007	— 0.012	9.604	5.464	6.317	5.652	5.717
e	+ 5.571	— 0.162	— 1.184	— 0.361	— 0.291	17.719	5.426	7.262	5.841	6.150

IV. Mittelwerte der Streuungen.

Periode A.

	I	II	III	II+III	I+II+III
L	*r* 5.958	*h* 6.378	*t* 6.950	6.878	6.402
T	*r* 6.643	*h* 6.441	*l* 6.535	6.517	6.558
H	*r* 12.625	*t* 6.984	*l* 8.778	7.522	7.789

Periode B.

L	*r* 3.656	*h* 2.263	*t* 3.738	3.765	3.719
T	*r* 3.683	*h* 4.013	*l* 3.926	3.966	3.902
H	*r* —	*t* 4.137	*l* 3.935	4.119	4.119

Periode (A + B).

L	*r* 4.928	*h* 6.290	*t* 5.223	5.395	5.161
T	*r* 4.974	*h* 5.340	*l* 5.153	5.254	5.200
H	*r* 12.625	*t* 5.458	*l* 7.215	5.857	6.029

Werte von *m*.

Periode A.

L	*r* 160	*h* 34	*t* 101	135	295
T	*r* 94	*h* 201	*l* 191	392	486
H	*r* 7	*t* 189	*l* 67	256	263

Periode B.

L	*r* 166	*h* 3	*t* 163	166	332
T	*r* 166	*h* 215	*l* 283	498	664
H	*r* —	*t* 285	*l* 47	332	332

Periode (A + B).

L	*r* 326	*h* 37	*t* 264	301	627
T	*r* 260	*h* 416	*l* 474	890	1150
H	*r* 7	*t* 474	*l* 114	588	595

V. Abhängigkeit der Variationen. Werte von *D*.

Periode A.

m	Lage	*b* − *a*	*c* − *b*	*d* − *c*	*e* − *d*
160	*VrL*	+ 21.10	+ 23.32	+ 20.78	+ 17.23
34	*VhL*	+ 29.90	+ 59.87	+ 8.63	+ 30.42
101	*VtL*	+ 30.89	+ 31.87	+ 43.98	+ 17.42
7	*VrH*	+ 144.29	+ 401.71	+ 213.79	+ 257.62
189	*VtH*	+ 12.38	+ 11.00	+ 23.41	+ 31.92
67	*VlH*	+ 13.92	+ 76.40	+ 43.34	— 1.68
94	*VrT*	+ 18.90	+ 39.17	+ 39.41	+ 41.91
201	*VhT*	+ 16.26	+ 37.16	+ 31.79	+ 16.72
191	*VlT*	+ 24.50	+ 11.88	+ 10.92	+ 5.59

Periode B.

166	*VrL*	+ 9.32	+ 4.99	+ 5.45	+ 8.07
3	*VhL*	— 23.32	— 6.00	— 4.00	+ 2.67
163	*VtL*	+ 9.31	+ 4.29	+ 1.63	+ 6.88
	VrH				
285	*VtH*	+ 6.06	+ 6.76	+ 7.82	+ 8.08
47	*VlH*	+ 1.87	+ 3.71	+ 9.46	+ 2.72
166	*VrT*	+ 2.61	+ 7.18	+ 6.04	— 0.45
215	*VhT*	+ 3.32	+ 2.74	+ 3.75	+ 6.53
283	*VlT*	+ 5.68	+ 4.71	+ 3.48	+ 5.05

Periode (A + B).

326	*VrL*	+ 15.01	+ 13.98	+ 12.97	+ 12.59
37	*VhL*	+ 25.75	+ 53.34	+ 14.21	+ 32.26
264	*VtL*	+ 17.77	+ 14.91	+ 17.94	+ 11.08
7	*VrH*	+ 144.29	+ 401.71	+ 213.79	+ 257.62
474	*VtH*	+ 8.63	+ 8.61	+ 14.05	+ 17.60
114	*VlH*	+ 9.86	+ 46.50	+ 29.43	+ 0.15
260	*VrT*	+ 8.51	+ 18.74	+ 18.12	+ 14.90
416	*VhT*	+ 9.40	+ 19.41	+ 17.31	+ 11.28
474	*VlT*	+ 13.27	+ 7.61	+ 6.49	+ 5.02

VI. Streuungen der Zwischenvariationen.

Periode A.

	VTL	*VLT*	*VHT*	*VTH*	*VLH*	*VHL*
m	101	191	201	189	67	34
a	6.148	5.709	7.412	6.704	5.630	11.261
b	16.191	15.878	18.148	16.295	16.253	22.358
c	10.928	10.731	12.278	12.504	11.785	9.771
d	7.072	7.708	6.469	7.117	8.680	7.380
$a+b$	16.296	16.819	18.336	17.714	16.659	19.935
$b+c$	17.774	14.870	17.451	15.285	16.635	20.454
$c+d$	11.277	11.363	13.080	12.694	11.089	11.088
$b-a$	18.285	16.922	20.793	17.527	17.725	29.258
$c-b$	21.147	22.659	25.605	24.700	22.569	27.792
$d-c$	14.549	14.833	14.631	15.901	16.897	13.302

Periode B.

m	163	283	215	285	47	3
a	3.670	3.549	4.282	3.856	3.415	4.190
b	13.438	11.746	14.821	13.600	13.848	5.707
c	9.669	9.692	10.148	10.757	9.475	9.626
d	4.339	4.215	4.265	4.312	4.676	4.027
$a+b$	13.404	11.737	14.631	14.235	14.688	9.976
$b+c$	12.786	12.381	14.570	13.716	11.780	10.531
$c+d$	10.158	9.614	10.367	10.479	10.585	9.177
$b-a$	14.438	12.781	16.184	14.036	13.825	1.633
$c-b$	19.613	17.621	20.809	20.327	20.599	11.899
$d-c$	11.021	11.444	11.613	12.602	10.548	11.557

Periode (A + B).

m	264	474	416	474	114	37
a	4.773	4.545	6.007	5.213	4.856	10.861
b	14.557	13.592	16.518	14.734	15.466	22.466
c	10.243	10.132	11.297	11.507	10.784	9.924
d	5.563	5.878	5.445	5.602	7.334	7.172
$a+b$	14.580	14.036	16.526	15.722	16.085	20.423
$b+c$	14.976	13.503	16.848	14.376	14.831	20.391
$c+d$	10.629	10.364	11.806	11.430	10.948	11.051
$b-a$	16.025	14.622	18.567	15.535	16.334	28.780
$c-b$	20.233	19.812	23.311	22.188	22.159	28.118
$d-c$	12.598	12.923	13.233	14.033	4.843	13.331

VII. Abhängigkeit der Zwischenvariationen. Werte von *D*.

Periode A.

	VTL	*VLT*	*VHT*	*VTH*	*VLH*	*VHL*
m	101	191	201	189	67	34
b — *a*	+ 34.38	+ 1.85	+ 48.07	— 3.30	+ 18.34	+ 229.30
c — *b*	+ 65.64	+ 146.16	+ 175.54	+ 188.23	+ 116.31	+ 177.01
d — *c*	+ 42.26	+ 45.45	+ 21.49	+ 45.85	+ 81.27	+ 27.00

Periode B.

m	163	283	215	285	47	3
b — *a*	+ 14.39	+ 12.80	+ 23.92	— 2.81	— 12.31	— 48.46
c — *b*	+ 110.60	+ 78.61	+ 110.37	+ 112.53	+ 142.76	+ 15.34
d — *c*	+ 9.13	+ 19.26	+ 13.70	+ 24.50	— 0.38	+ 24.66

Periode (A + B).

m	264	474	416	474	114	37
b — *a*	+ 22.12	+ 8.40	+ 35.81	— 2.91	+ 4.05	+ 205.59
c — *b*	+ 92.54	+ 105.09	+ 142.94	+ 142.83	+ 135.53	+ 187.40
d — *c*	+ 22.87	+ 29.79	+ 17.86	+ 33.13	+ 50.23	+ 27.81

VIII. Variationssummen.

Lagen.	m			$\mathfrak{D}(x)$			str (x)		
	Per. A.	Per. B.	Per. (A+B).	Per. A.	Per. B.	Per. (A+B).	Per. A.	Per. B.	Per. (A+B).
VSrL	160	166	326	+ 0.931	+ 0.319	+ 0.620	9.250	5.971	7.762
VShL	34	3	37	+ 2.647	— 2.333	+ 2.243	7.207	8.577	7.452
VStL	101	163	264	— 0.931	— 0.411	— 0.610	9.933	6.777	8.134
VSL	295	332	627	+ 0.492	— 0.063	+ 0.198	9.354	6.420	7.942
VSrT	94	166	260	+ 0.543	— 0.536	— 0.146	10.457	6.672	8.260
VSlT	191	283	474	+ 0.272	— 1.643	— 0.871	10.814	7.539	9.052
VShT	201	215	416	+ 1.100	— 1.381	— 0.183	9.813	7.638	8.844
VST	486	664	1150	+ 0.667	— 1.282	— 0.458	10.348	7.378	8.810
VSrH	7	—	7	+ 5.429	—	+ 5.429	20.346	—	20.346
VSlH	67	47	114	— 1.552	— 2.447	— 1.921	14.521	8.535	12.415
VStH	189	285	474	— 1.603	— 1.179	— 1.348	11.778	7.750	9.564
VSH	263	332	595	— 1.403	— 1.358	— 1.378	12.872	7.878	10.386

IX. Differenzen zwischen reinen und Zwischen-Gängen.

	m			$\mathfrak{D}(x)$			str (x)		
	A	B	A+B	A	B	A+B	A	B	A+B
$G(LT-L)$	212	283	495	− 4.887	+ 4.332	+ 0.384	98.39	66.78	81.95
$G(TL-L)$	115	163	278	− 7.374	+ 2.423	− 1.629	75.59	60.33	67.24
$G(LT-T)$	360	566	926	− 0.858	+ 2.074	+ 1.602	78.19	63.95	69.84
$G(TL-T)$	188	326	514	+ 8.543	+ 2.451	+ 4.679	99.96	80.75	88.32
$G(LT-H)$	192	283	475	+ 5.422	+ 13.855	+ 10.446	117.95	89.94	102.28
$G(TL-H)$	101	163	264	− 0.624	+ 3.442	+ 1.886	102.21	90.45	95.14
$G(HL-L)$	59	8	67	+ 10.983	+ 19.750	+ 12.030	77.37	38.94	73.90
$G(LH-L)$	83	47	130	− 3.313	+ 27.894	+ 7.969	99.95	82.84	95.30
$G(HL-H)$	36	3	39	− 8.056	+ 142.000	+ 3.487	104.18	50.58	108.69
$G(LH-H)$	69	47	116	− 3.783	+ 22.277	+ 6.776	68.95	68.94	70.12
$G(HL-T)$	41	6	47	+ 32.073	+ 47.500	+ 34.043	97.83	70.09	94.89
$G(LH-T)$	116	94	210	+ 9.595	+ 18.479	+ 13.571	107.36	91.68	100.74
$G(HT-L)$	209	215	424	− 3.995	− 9.042	− 6.554	103.61	86.99	95.58
$G(TH-L)$	206	285	491	− 9.291	− 1.151	− 4.566	112.10	87.84	98.83
$G(HT-H)$	201	215	416	+ 6.348	+ 2.428	+ 4.322	105.06	83.88	84.73
$G(TH-H)$	190	285	475	+ 1.774	+ 9.863	+ 6.627	76.43	60.78	67.59
$G(HT-T)$	394	430	824	− 5.317	− 15.342	− 10.549	83.97	69.34	76.84
$G(TH-T)$	359	570	929	− 1.674	− 3.693	− 2.913	105.72	85.58	93.88

X. Zweite Gangdifferenzen.

Periode A.

	m	$\mathfrak{D}(x)$	str (x)	D
LH	67	+ 4.433	141.78	+ 4555.51
HL	34	+ 0.088	137.82	+ 4693.87
TH	189	+ 2.455	151.45	+ 6357.20
HT	201	— 3.194	150.60	+ 6171.80
LT	191	+ 7.539	144.15	+ 7388.22
TL	101	— 6.307	136.69	+ 5009.47

Periode B.

LH	47	— 50.213	132.01	+ 5816.21
HL	3	— 195.000	86.15	+ 2554.48
TH	285	— 0.284	120.44	+ 3688.38
HT	215	+ 4.000	126.01	+ 4939.10
LT	283	— 1.025	103.81	+ 3198.12
TL	163	— 3.613	120.81	+ 3438.69

Inhaltsübersicht.

	Seite
§ 1—5. Einleitung	247
§ 6—10. Geschichtliches	251
§ 11—12. Sichtung des Materials	256
§ 13—16. Vorbereitung der Rechnung	259
§ 17—18. Der Barometer-Koeffizient	264
§ 19—22. Reine Variationen	267
§ 23. Zwischenvariationen	272
§ 24. Variationssummen	273
§ 25—27. Gangdifferenzen	274
§ 28. Schlußbemerkung	276
Anhang: Tabellen I—X	277

Druckfertig erklärt 6. IX. 1906.

Vita.

Ich, Arthur Julius Krause, ev.-luth. Konfession, bin am 29. Januar 1882 als Sohn des Buchbinders Paul Emil Rudolph Krause in Leipzig geboren. Den ersten Unterricht genoß ich auf der VI. Bürgerschule zu Leipzig. Von Michaelis 1892 an besuchte ich das Realgymnasium daselbst, das ich Ostern 1901 mit dem Zeugnis der Reife verließ. Von da an widmete ich mich an der Universität Leipzig dem Studium der Mathematik, Astronomie und Physik und hörte Vorlesungen der Herren Professoren Bruns, Des Coudres, Engel, Hausdorff, Heinze, Hölder, Peter, Wiener und Wundt. Ferner nahm ich an den Seminarien und Übungen der Herren Professoren Bruns, Engel, Hausdorff und Hölder teil und arbeitete praktisch auf der Sternwarte und im Physikalischen Institut.

Auf meine bei der III. Sektion der Philosophischen Fakultät der Universität Leipzig eingereichte Bearbeitung einer Preisaufgabe erhielt ich am 31. Oktober 1904 den I. Preis zuerkannt.

Im Mai 1905 bestand ich in der mathematisch-physikalischen Sektion vor der Kgl. Wissenschaftlichen Prüfungskommission die Staatsprüfung für Kandidaten des höheren Schulamtes und wurde hierauf durch Verordnung des Hohen Kgl. Sächsischen Ministeriums des Kultus und öffentlichen Unterrichts zur Erstehung meines Probejahres dem Nikolaigymnasium in Leipzig zugewiesen. Außerdem bekleide ich seit dem 1. Januar 1905 die Stelle eines Assistenten an der Kgl. Universitätssternwarte hier in Leipzig.

Für die vielen Anregungen und Förderungen meiner Arbeiten, insbesondere der vorliegenden Abhandlung, bin ich ganz besonders Herrn Prof. Dr. Bruns zu größtem Dank verpflichtet. Ihm sowohl, wie allen denen, die während meines Studiums meine Lehrmeister gewesen sind und mich so mannigfach in meinen Studien gefördert haben, spreche ich hierdurch meinen aufrichtigsten Dank aus.